

MN41
Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 23 juin 2009

Examen Final

S. Abboudi

Résumé de cours autorisé

I - Résidus pondérés

Utiliser le principe de collocation par points pour déterminer la solution approchée de l'équation :

$$\frac{d^2u}{dx^2} - u(x) = \exp(x), \quad 0 < x < L=1 \quad (1)$$

avec les conditions aux limites : $u(0) = 1$ et $u'(L) = -1$ (2)

et les données complémentaires : $u(L/4) = 1$, $u(L/2) = 0.5$, $u(3L/4) = 0.25$ (3)

Utiliser des fonctions de base de type polynomial et la méthode LU pour la résolution.

II- Eléments finis

On considère à nouveau le système ci-dessus (équation (1) et conditions aux limites (2)).

- a) Ecrire la formulation intégrale globale de ce système,
- b) En déduire la formulation intégrale faible et effectuer les simplifications nécessaires,
- c) Le domaine $[0,L]$ est composé de trois éléments finis de même longueur sur lesquels on applique une approximation nodale linéaire. Ecrire les fonctions d'interpolation pour chaque élément.
- d) Utiliser le principe de pondération de Galerkin pour établir les systèmes élémentaires de chaque élément.
- e) Assembler l'ensemble des éléments et en déterminer la solution aux différents nœuds du domaine.
- f) En déduire la valeur de $u(x)$ aux points $x_1 = 0.2$ et $x_2 = 0.5$.