MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 22 Juin 2010 *Examen Final* *S. Abboudi.*

Résumé de cours autorisé

****

I - Résidus pondérés

On considère le système (S) suivant : équation différentielle + conditions aux limites

$$\frac{d^2u}{dx^2} - u(x) = 0 \qquad 0 < x < L \qquad (S)$$

$$\frac{du}{dx} = U'_0 \quad \text{en } x=0 \quad et \quad u(x) = U_L \quad \text{en } x=L$$

Avec $U'_0 = 2$, $U_L = 0$, $L = 1$

1- Commencer par le calcul de la solution exacte

2- Utiliser le principe de pondération de Galerkin pour déterminer la solution approchée du système. On se placera dans le cas d'un développement basé sur des fonctions polynomiales : $\Phi_k(x) = x^k$, $k=0,1,2,3.$

3- Utiliser la méthode LU pour la résolution du système matriciel obtenu et comparer les solutions exactes et approchées aux points $x_1 = 0$, $x_2 = 0.5$ et $x_3 = 0.75$.

4- En gardant la même valeur de U'_0, déterminer la nouvelle valeur de U_L si on veut avoir $a_0 = 1$.

II- Eléments finis

On cherche à résoudre à nouveau le système (S) par éléments finis.

On utilise trois éléments de longueurs respectives $L_1 = 0{,}2$, $L_2 = 0{,}3$, $L_3 = 0{,}5$, avec une approximation nodale linéaire sur chaque élément et une pondération du résidu de type Galerkin.

1- Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système.

2- Déterminer les trois matrices élémentaires et par suite **l**e système matriciel global.

3- Utiliser la méthode de Thomas pour calculer les variables nodales aux nœuds du domaine $[0,L]$ et comparer la solution obtenue avec celle obtenue dans I-3.

4- Reprendre ce problème en utilisant deux éléments de même longueur avec une approximation nodale d'ordre 2 sur le premier élément et linéaire sur le second.