MN41
Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 14 Janvier 2013 | *Examen Final* | *S.A. – N.H. - N.L.*

Résumé de cours autorisé

****

I - Résidus pondérés – Colocation par points

On considère le système (S) suivant : équation différentielle + conditions aux limites

$$\frac{d^2u}{dx^2} + u(x) = 0 \qquad\qquad 0 < x < 1 \qquad\qquad (S)$$

avec $u(0) = 1$ *et* $u(1) = 10$

Utiliser le principe de collocation par points pour déterminer la solution approchée du système sur une base de fonctions polynômiales de la forme x^k. De plus on sait que : $u(1/4) = 2$ et $u(1/2) = 4$.

II- Eléments finis 1D

On cherche à résoudre le système (S') suivant par éléments finis :

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{d\,u}{dx}\right) + \alpha\; u(x) = p \qquad\qquad 0 < x < L \qquad\qquad (S')$$

avec : $u(0) = U_0$ *et* $-k\frac{d\,u}{dx}(L) = q$

k, p, α, L, U_0 et q sont des constantes supposées connues. Utiliser trois éléments de mêmes longueurs avec une approximation nodale linéaire sur chaque élément et une pondération du résidu de type Galerkin.

1er cas : $\alpha = 0$

2eme cas : $\alpha = 1$

1- Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système dans les deux cas.

2- Montrer en détail le calcul sur le premier élément dans les deux cas.

3- En déduire le système matriciel global et calculer les variables nodales aux nœuds du domaine $[0, L]$ dans les deux cas.

AN : $k=1$, $p=1$, $\alpha=-1$, $L=3$, $U_0 = 1$ et $q=100$.

III- Eléments finis 2D

On cherche à résoudre par éléments finis l'équation de Laplace $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ dans le domaine carré repéré par les sommets $A(0,0)$, $B(1,0)$, $C(1,1)$ et $D(0,1)$.

Utiliser deux éléments triangulaires avec une approximation nodale linéaire et une pondération de type Galerkin pour déterminer les valeurs de la solution aux nœuds inconnus B et C, sachant que U_A et U_D sont connus ($U_A = 10$ et $U_D = 100$).