MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 13 Janvier 2013 *Examen Final* *S. Abboudi, N. Labed*

Résumé de cours autorisé

****

I- Eléments finis 1D

On considère le système suivant :

EDO $\frac{d}{dx}(k\frac{du}{dx}) + a\,u(x) + P(x) = 0 \qquad 0 < x < L\,,$ *(1)*

CL $-k\frac{du}{dx}(0) = q$ en $x=0$ *et* $u(L) = U_L$ en $x=L$ *(2)*

q, k, U_L, L sont des constantes connues et $P(x)$ est une fonction connue.

a) Etude du cas a=0

1) Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système.

2) Détailler le calcul des matrices élémentaires de deux éléments finis des longueurs respectives $L_1=L/3$ et $L_2=2L/3$ en utilisant une approximation nodale linéaire et une pondération du résidu de type Galerkin sur chaque élément.

3) Assembler les deux éléments et calculer la solution aux nœuds des éléments dans le cas :

AN : $q = 100$, $k = 1$, $U_L = 10$, $L = 6$, $P(x)=20(L-x)$.

4) Comparer le résultat obtenu avec la solution exacte.

b) Etude du cas a=1

Reprendre les questions 1), 2) et 3) en supposant a=1.

II - Eléments finis 2D

On considère l'EDP elliptique suivante : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ définie sur le domaine D composé de l'assemblage de deux triangles ABC et BCD de coordonnées *A(-1,0), B(0,0), C(0,1)* et *D(2,0)*.

Les variables nodales U_A et U_D aux nœuds A et D sont supposées connues.

1) Ecrire les deux matrices élémentaires en respectant la localisation de chaque élément.

2) Assembler les deux systèmes et déterminer la solution aux nœuds inconnus.

AN : $U_A = 10$, $U_D = 100$.

III – Méthode de collocation par points

Utiliser la méthode de collocation par points, basée sur une approximation polynômiale de la solution et une pondération du résidu de type Galerkin, pour résoudre le système ci-dessus (1) et (2) avec $a=1$, en supposant que la fonction $P(x)$ est connue aux points $X_1=L/3$ avec $P(X_1)=80$ et $X_2=2L/3$ avec $P(X_2)=40$.