

MN41
Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 25 juin 2014

Examen Final

S. Abboudi, N. Labed

Résumé de cours autorisé

I- Eléments finis 1D

On considère le système suivant :

$$\text{EDO} \quad \frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + a u(x) + 50 = 0 \quad 0 < x < L, \quad (1)$$

$$\text{CL} \quad -k \frac{du}{dx}(0) + bu(0) = q_1 \text{ en } x=0 \quad \text{et} \quad -k \frac{du}{dx}(L) = q_2 \text{ en } x=L \quad (2)$$

q_1, q_2, k, L sont des constantes connues ($q_1 = 100, q_2 = 20, k = 1, L = 10$).

a) Etude du cas $a=0, b=1$

- 1) Ecrire les formes variationnelles globale et faible du système.
- 2) Détailler le calcul des matrices élémentaires de deux éléments finis des longueurs respectives $L_1=2L/3$ et $L_2=L/3$ en utilisant une approximation nodale linéaire et une pondération du résidu de type Galerkin sur chaque élément.
- 3) Assembler les deux éléments et calculer la solution aux différents nœuds des éléments.
- 4) Comparer le résultat obtenu avec la solution exacte.

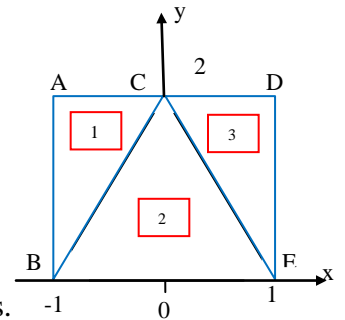
b) Etude du cas $a=1, b=1$

Reprendre les questions 1), 2) et 3) en supposant $a=1$ et $b=1$.

II - Eléments finis 2D

On considère l'EDP elliptique suivante : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ définie sur le

domaine Ω composé de l'assemblage de trois triangles représentés sur la figure ci-contre.



Les variables nodales U_A et U_D aux nœuds A et D sont supposées connues.

- 1) Ecrire les formes variationnelles globale et faible de ce problème.
- 2) Ecrire les fonctions d'interpolation de la solution pour chaque élément.
- 3) Utiliser le principe de Galerkin pour calculer les trois systèmes élémentaires.
- 4) Assembler et déterminer les variables nodales inconnues sachant que : $U_A = 100$ et $U_D = 0$.

III – Résidus pondérés

Utiliser la méthode de Galerkin, basée sur une approximation polynômiale de la solution $u(x) = \sum_{k=0}^3 a_k x^k$ pour résoudre le système (1) et (2) avec $a=0$ et $b=1$.