MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 20 janvier 2017 | *Examen Final* | *S. Abboudi, N. Labed*

Résumé de cours autorisé

****

I- Eléments finis 1D

On cherche à résoudre le système suivant :

EDO $\quad \dfrac{d}{dx}\left(k(x)\dfrac{du}{dx}\right)+P(x)=0 \qquad 0<x<L \qquad (1)$

CL $\quad -k\dfrac{du}{dx}(0)=U'_0 \quad$ en $\quad x=0 \qquad (2)$

$\quad u(L)=U_L \quad$ en $\quad x=L \qquad (3)$

Dans ce système, $k(x), P(x), U_L, U'_0, L$ sont des fonctions ou des constantes supposées connues

1) Ecrire les formes variationnelles globale FIG et faible FIF du système.
2) On considère trois éléments finis de longueurs L_e, $e=1,2,3$ ($L_1=L_3=1, L_2=2$), et de propriétés $k(x)=k_e=20$, $e=1,2,3$ et $P(x)=P_e=50$, $e=1,2,3$, $U'_0=100$, $U_L=0$. Utiliser une approximation nodale linéaire pour chaque élément et une pondération du résidu de type Galerkin pour établir les trois systèmes élémentaires.
3) Assembler les trois éléments et déterminer les variables nodales aux nœuds du système.
4) Comparer la solution obtenue avec la solution exacte.
5) Résoudre à nouveau ce système en supposant : $k_1=20$, $k_2=10$ et $k_3=30$, $P_1=100$, $P_2=50$ et $P_3=80$.

II - Eléments finis 2D

On considère l'EDP elliptique suivante : $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$ définie sur le domaine composé de l'assemblage de deux triangles *ABD* et *BCD* de coordonnées *A(1,0), B(1,1), C(1,2), D(2,0)*. La frontière *BC* du domaine est soumise à une condition de Dirichlet ($U_B=10$, $U_C=20$).
Ecrire les FIG et FIF et utiliser une interpolation linéaire et une pondération de Galerkin pour déterminer la solution aux nœuds *A* et *D*.

III – Résidus pondérés

Utiliser la méthode des moindres carrés pour résoudre le système (1) avec les conditions aux limites $u(0)=U(L)=0$, en supposant $k(x)=20$ et $P(x)=1+sin(\pi x), L=4$. Utiliser une approximation trigonométrique pour la solution ($\Phi_k(x)=sin(\alpha_k x)$, α_k coefficient à déterminer.