MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 22 Juin 2021 | *Examen Final* | *S. Abboudi*

Documents autorisés

****

I- Eléments finis 1D

On considère le système suivant :

EDO	$\frac{d}{dx}(k(x)\frac{du}{dx}) + P(x) = 0$	$0 < x < L,$	(1)
CL	$-k\frac{du}{dx}(0) + 3u(0) = R_0$	en $x = 0$	(2)
et	$-k\frac{du}{dx}(L) = R_L$	en $x = L$	(3)

$k(x), P(x), R_0, R_L et\ L$ sont des données du problème, supposées connues.

1- Ecrire les formes intégrales globale et faible de ce système.

2- Utiliser deux éléments finis de longueurs respectives L_1 et $L_2 = L - L_1$ avec une approximation nodale d'ordre un et une pondération du résidu de type Galerkin sur chaque élément.

3- Assembler les deux éléments et calculer les variables nodales inconnues du domaine dans les deux cas suivants :

a) $k(x) = k_0 = 10$
b) $k(x) = k_0(x + 1) = 10(x + 1)$
Avec $P(x) = P_0 = 60,\ R_0 = 20, R_L = 50, L = 1, L_1 = 1/3$

4- Calculer la solution exacte et comparer avec les résultats obtenus par éléments finis dans les deux cas.

II – Résidus pondérés avec approximation polynômiale

1- Utiliser la méthode de Galerkin pour résoudre le même système de l'exercice I :

EDO	$\frac{d}{dx}(k(x)\frac{du}{dx}) + P(x) = 0$	$0 < x < L,$	(1)
CL	$-k\frac{du}{dx}(0) + 3u(0) = R_0$	en $x = 0$	(2)
et	$-k\frac{du}{dx}(L) = R_L$	en $x = L$	(3)

On cherche une solution approchée sous la forme : $\tilde{u}(x) = \sum_{k=0}^{N=3} a_k x^k$

Analyser les cas :
a) $k(x) = k_0 = 10$
b) $k(x) = k_0(1 + x) = 10(1 + x)$
Avec $P(x) = P_0 = 60,\ R_0 = 20, R_L = 50, L = 1$