MN41

Modélisation numérique des problèmes de l'ingénieur

UTBM le 15 Mai 2006 — *Examen Partiel* — *S. ABBOUDI - N. LABED*

Résumé de cours autorisé

****

I - Systèmes discrets

La figure ci-dessous représente deux systèmes constitués d'un assemblage de ressorts de raideurs (K_i $i=1,2,3$) connectés par les chariots (C_i $i=1,2,3$) pour le système 1 et (K_i $i=4,5$) connectés par les chariots (C_i $i=4,5$) pour le système 2. Les chariots du système 1 se déplacent sur l'axe *ox* et ceux du système 2 sur l'axe *ox'* (*ox'* // *ox*). M_1 représente un mur et M_2 un obstacle. Chaque chariot C_i est repéré par sa position $x=x_i$. P_1 et P_2 représentent des forces appliquées respectivement sur les systèmes 1 et 2.

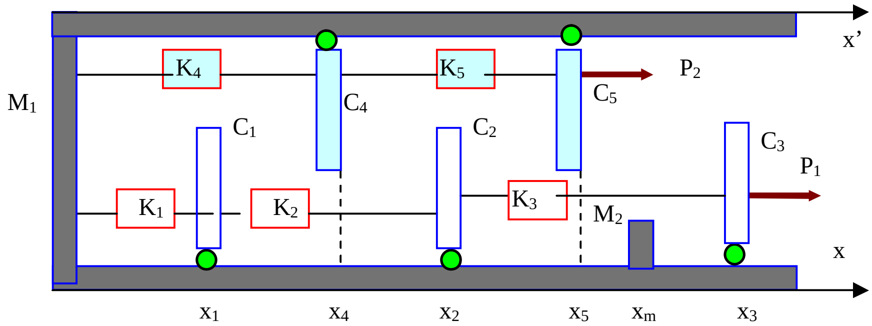
1) Etudier séparément l'équilibre des deux systèmes et déterminer les déplacements des différents chariots et les réactions sur le mur. Utiliser la méthode de Thomas pour la résolution du système 1.

Système 1 : $K_1=10,\ K_2=15,\ K_3=30,\ P_1=20,$ $x_1=2,\ x_2=4,\ x_3=12,$

Système 2 : $K_4=20,\ K_5=40,\ P_2=100,$ $x_4=3,\ x_5=7.$

2) Certains chariots du système 1 peuvent se retrouver en contact (ou appui) avec ceux du système2. Si c'est le cas, calculer à nouveau les déplacements de tous les chariots.

3) Calculer la nouvelle valeur de la force P_2 pour que le chariot C_2 arrive en contact sans appui sur l'obstacle M_2 placé en $x_m=10$. La force P_1 garde la même valeur.



II- Forme standard d'une EDP

Etudier, en fonction du coefficient *a*, la nature et les courbes caractéristiques de l'équation :

$$x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+ay^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \qquad a\in R\ ;\quad (x,y)\in R^2$$

Déterminer sa forme standard dans le cas parabolique.

III - Résidus pondérés

Utiliser le principe de Galerkin pour déterminer la solution approchée de l'équation :

$$\frac{d^2u}{dx^2}+u(x)=\sin(\pi x),\ 0<x<2, \qquad \text{avec}\quad u(0)=u(2)=0$$

La solution $u(x)$ sera approchée sur une base sinusoïdale; $\Phi_k(x)=\sin(\frac{k\pi}{2}x),\quad k=1,2,3.$

Peux-t-on généraliser la forme générale de la solution approchée.