Fise mécanique

MN50

Introduction à l'optimisation des structures mécaniques

Final

Lundi 10 janvier 2022

Dominique Chamoret et Nadhir Lebaal

Durée : **1h30**.
Une feuille A4 manuscrite.
Calculatrice autorisée.

- La solution à une question sera rédigée avec soin dans l'espace qui lui est réservé.
- Les résultats non justifiés seront ignorés.
- Il sera tenu compte, dans la notation, de la clarté de l'expression et du soin apporté à la présentation.
- Pour les questions type QCM,
  - Une réponse juste rapporte des points. Une réponse fausse enlève 1/4 des points.
  - Certaines questions peuvent avoir plusieurs réponses.

Nom	Prénom	Signature

Présentation du problème : conception d'un réservoir sous pression

On s'intéresse à la nouvelle conception d'un réservoir sous pression. Notre objectif est de minimiser le coût de fabrication du réservoir décrit sur la figure 1.

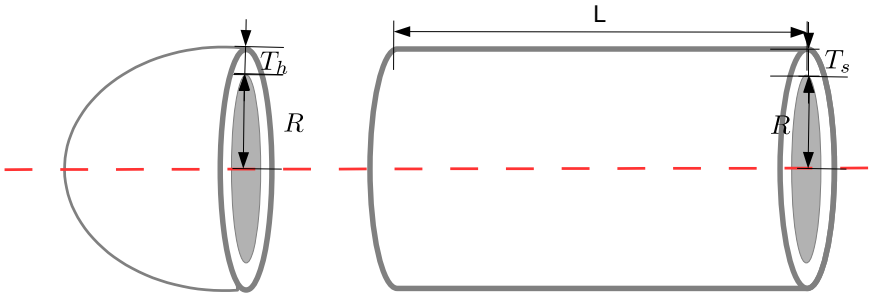

FIGURE 1 – Réservoir sous pression

Le coût de ce réservoir est exprimé en fonction des variables L, R, T_h et T_s comme suit :

$$f(T_s, T_h, R, L) = 0.6\, T_s\, R\, L + 1.8\, T_h\, R^2 + 3.1\, T_s^2\, L + 19.8\, T_s^2\, R$$

Le cahier cahier des charges est extrêmement précis en terme de contrainte de flambage et de flèche maximale et se traduit comme suit :

$$-T_s + 0.02\, R \leq 0$$

$$-T_h + 0.02\, R \leq 0$$

$$-\pi\, R^2\, L - \tfrac{4}{3}\pi\, R^3 + 1296000 \leq 0$$

$$L - 240 \leq 0$$

Étude du problème d'optimisation

Notre objectif est de minimiser le coût de fabrication du réservoir tout en respectant le cahier des charges.

1. Combien de variables d'optimisation comporte ce problème ?

❑ 1. ❑ 2. ❑ 3. ❑ 4.

2. Les variables de ce problèmes sont :

❑ continues.
❑ discrètes.
❑ hybrides.

3. Quelle est la fonction objectif de ce problème ?

[Réponse] :

4. Nous nous intéressons de plus près à cette fonction. Cette fonction objectif est

- ❏ linéaire.
- ❏ non-linéaire.
- ❏ différentiable.
- ❏ non-différentiable.

5. Ce problème d'optimisation comporte :

- ❏ 4 contraintes linéaires.
- ❏ 4 contraintes non-linéaires.
- ❏ 3 contraintes linéaires et 1 contrainte non-linéaire.
- ❏ 1 contrainte linéaire et 3 contraintes non-linéaires.

Optimisation classique

Nous souhaitons, dans un premier temps, résoudre ce problème d'optimisation par des **méthodes dites classiques**.

6. On commence par une méthode déterministe de type gradient associée à une méthode de pénalisation. Présenter le pseudo code d'une telle résolution.

[Réponse] :

7. On souhaite maintenant mettre en œuvre une métaheuristique à base de population. Expliquer rapidement le principe général de ces approches (sans rentrer dans le détail !).

[Réponse] :

8. Quels sont leurs avantages ?

[Réponse] :

9. Quels sont leurs inconvénients ?

[Réponse] :

Résolution par surface de réponse (RSM)

Pour finir, nous souhaitons résoudre ce problème par la méthode de **surfaces de réponses**.

Généralités

10. Expliquer en une phrase en quoi consiste de cette approche.

[Réponse] :

11. La méthode RSM est particulièrement adaptée aux situations où

- ❏ la fonctions objectif et les contraintes sont implicites par rapport aux variables d' optimisation.
- ❏ la fonctions objectif et les contraintes sont explicites par rapport aux variables d'optimisation.

12. Expliquer les grandes étapes de transformation du problème initial pour arriver à un problème à résoudre de la forme

$$[M]\ \{A\} = \{B\}$$

[Réponse] :

13. Quelle est la nature de ce problème ? Que représentent les grandeurs $[M]$, $\{B\}$ et $\{A\}$?

[Réponse] :

—

—

—

14. Pensez vous qu'il soit judicieux de garder le problème initial en l'état pour une résolution à la main ? Pourquoi ?

[Réponse] :

Simplification pour résolution

Afin de faciliter la résolution de ce problème, nous supposons maintenant que

$$T_s = T_h \quad et \quad L = 180$$

15. Donner la fonction objectif simplifiée.

[Réponse] :

16. Donner les contraintes simplifiées.

[Réponse] :

17. Pour poursuivre cette simplification du problème d'optimisation, nous souhaitons transformer la contrainte d'inégalité suivante : $-T_h + 0.02\ R \leq 0$ en une contrainte d'égalité $-T_h + 0.02\ R = 0$. Appliquer la méthode de substitution pour transformer la fonction objectif. Donner l'expression de la nouvelle fonction objectif en fonction de R.

[Réponse] :

18. Combien de variables d'optimisation comporte ce nouveau problème ?

❑ 1. ❑ 2. ❑ 3. ❑ 4.

19. Ce nouveau problème d'optimisation comporte :

- ❑ 2 contraintes linéaires.
- ❑ 1 contrainte non-linéaire.
- ❑ 1 contraintes linéaires et 1 contrainte non-linéaire.
- ❑ 1 contrainte linéaire et 2 contraintes non-linéaires.

20. Quelle est la base polynomiale quadratique adaptée à la fonction objectif ?

❑ $[1 \quad x \quad x^2]$ ❑ $[1 \quad x \quad y \quad xy \quad x^2 \quad x^y]$ ❑ $[1 \quad x \quad xy \quad y]$

21. Quelle est la base polynomiale quadratique adaptée à la fonction contrainte ?

❑ $[1 \quad x \quad x^2]$ ❑ $[1 \quad x \quad y \quad xy \quad x^2 \quad x^y]$ ❑ $[1 \quad x \quad xy \quad y]$

22. Nous considérons l'échantillonnage suivant

$$R = \begin{bmatrix} 10 & 12 & 15 & 20 \end{bmatrix}$$

Pour une approximation quadratique et avec l'échantillonnage considéré, donnez, pour la fonction objectif et la fonction contrainte, l'expression des matrices M et B.

[Réponse] :

23. Après résolution du système nous obtenons la fonction objectif et contrainte suivantes : $F = 32.5R^2 - 274.6R + 1263.4$ et $g = -751.7R^2 + 2662,9R + 117350$. Appliquez la méthode de Lagrange pour trouver la solution optimale.

[Réponse] :