UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE BELFORT-MONTBÉLIARD

Fise mécanique

MN50

Introduction à l'optimisation des structures mécaniques

Final

Jeudi 12 janvier 2023

Dominique Chamoret et Nadhir Lebaal

Durée : **1h30**.
Une feuille A4 manuscrite.
Calculatrice autorisée.

- La solution à une question sera rédigée avec soin dans l'espace qui lui est réservé.
- Les résultats non justifiés seront ignorés.
- Il sera tenu compte, dans la notation, de la clarté de l'expression et du soin apporté à la présentation.
- Pour les questions type QCM,
  - Une réponse juste rapporte des points. Une réponse fausse enlève 1/4 des points.
  - Certaines questions peuvent avoir plusieurs réponses.

Nom	Prénom	Signature

Partie D. CHAMORET

Présentation du problème

On s'intéresse à la nouvelle conception d'un ressort hélicoïdal. Notre objectif est de minimiser le volume de ce ressort sous un cas de charge traction/compression constant (Figure 1).

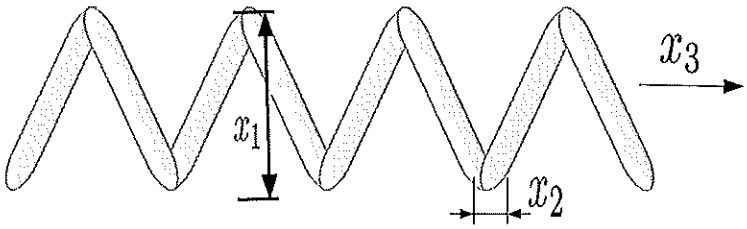

FIGURE 1 – Conception d'un ressort

Ce problème dépend de différentes grandeurs.

— Le nombre de spires actives du ressort $x_3 \in [2; 15]$
— Le diamètre moyen de l'enroulement $x_2 \in [0.25; 1.3]$
— Le diamètre du fil $x_1 \in [0.05; 2]$.

Le volume du ressort est exprimé en fonction de $\boldsymbol{X} = (x_1, x_2, x_3)$ comme suit :

$$V(\boldsymbol{X}) = (x_3 + 2)\, x_2\, x_1^2$$

Le cahier cahier des charges est extrêmement précis en terme de contraintes mécaniques qui vont se traduire :

$$g_1(\boldsymbol{X}) = 1 - \frac{x_2^3\, x_3}{71.785\, x_1^4} \leq 0$$

$$g_2(\boldsymbol{X}) = 4x_2^2 - \frac{x_1\, x_2}{12.556(x_2\, x_1^3 - x_1^4)} + \frac{1}{5108\, x_1^2} - 1 \leq 0$$

$$g_3(\boldsymbol{X}) = 1 - \frac{140.45\, x_1}{x_2^2\, x_3} \leq 0$$

Étude du problème d'optimisation

Notre objectif est de minimiser le volume de ce ressort sous un cas de charge traction/compression constant.

1. Combien de variables d'optimisation comporte ce problème ?

❑ 1. ❑ 2. ❑ 3. ❑ 4.

2. Les variables de ce problèmes sont :

❑ continues.
❑ discrètes.
❑ hybrides.

3. Quelle est la fonction objectif de ce problème ?

[Réponse] :

4. Nous nous intéressons de plus près à cette fonction. Cette fonction objectif est

- ❑ linéaire.
- ❑ non-linéaire.
- ❑ différentiable.
- ❑ non-différentiable.

5. Ce problème d'optimisation comporte :

- ❑ 6 contraintes linéaires.
- ❑ 6 contraintes non-linéaires.
- ❑ 3 contraintes linéaires et 3 contraintes non-linéaires.
- ❑ 6 contraintes linéaires et 3 contraintes non-linéaires.

Optimisation classique

Nous souhaitons, dans un premier temps, résoudre ce problème d'optimisation par des **méthodes dites classiques**.

6. On commence par une méthode déterministe de type gradient associée à une méthode de pénalisation. Présenter le pseudo code d'une telle résolution.

[Réponse] :

7. On souhaite maintenant mettre en œuvre une métaheuristique à base de population. Expliquer rapidement le principe général de ces approches (sans rentrer dans le détail !).

[Réponse] :

8. Quels sont leurs avantages ?

[Réponse] :

9. Quels sont leurs inconvénients ?

[Réponse] :

Partie N. Lebaal

Généralités

1. En quoi consiste la méthode de surface de réponse :
   - ❑ à réduire le nombre d'itérations en optimisation.
   - ❑ à construire un modèle approché plus précis.
   - ❑ A utiliser une approximation quadratique.
   - ❑ Aucune des réponses précédentes.
2. La méthode RSM est particulièrement adaptée aux situations où
   - ❑ La (les) fonctions objectifs et contraintes sont fortement non linéaires
   - ❑ Il existe une forte interaction entre les variables.
   - ❑ Le nombre de variables est élevé
   - ❑ Aucune des réponses précédentes.
3. La méthode des moindre carrées consiste à :
   - ❑ Minimiser l'erreur entre les la fonction exacte et l'approximation.
   - ❑ Minimiser le bruit dus aux effets numériques tel que le maillage.
   - ❑ Choisir l'approximation la plus adaptée
   - ❑ Aucune des réponses précédentes.
4. Expliquer les grandes étapes de transformation du problème initial pour arriver à un problème à résoudre de la forme.

$$M = \{A\} = \{B\}$$

[Réponse] :

5. Citer deux avantages de la méthode de surface de réponse par rapport à une méthode à gradient.

[Réponse] :

6. Donner les trois grandes étapes de nécessaires pour résoudre un problème par la méthode de RSM.

[Réponse] :

7. Quelle sont les deux paramètres importants pour le choix de la méthode d'échantillonnage ?

[Réponse] :

Résolution par Surface de réponse

— Objectifs : Utiliser la méthode de surface de réponse pour trouver les valeurs optimales de la fonction $f(x)$ donnée par

$$f(x) = 2 - 5x^2 + 8x^4$$

— Démarche : Faire passer une courbe d'un type donnée (approximation quadratique $p(x)$) « au plus près » des points expérimentaux, en utilisant la méthode de moindre carrées

8. Quelles sont les variables d'optimisation et la fonction objectif de ce problème ?

[Réponse] :

9. Utiliser un échantillonnage à trois niveaux, borné entre 0.1 et 0.7 et évaluer la fonction objectif $Y = f(x_i)$.

[Réponse] :

10. Déterminer M et B, sachant que la résolution de ce problème conduit à la résolution du problème linaire : $M = \{A\} = \{B\}$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^3 \\ \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^3 & \sum_{i=1}^{n} {x_i}^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i {x_i}^2 \end{Bmatrix}$$

[Réponse] :

11. Déterminer les coefficients de l'approximation quadratique a_0, a_1 et a_2.

[Réponse] :

12. Déterminer la valeur de x qui minimise la fonction $f(x)$.

[Réponse] :