

Sujet 1 (6 points) :

Une usine fabrique trois produits : Produit 1, Produit 2 et Produit 3, en utilisant deux machines : A et B. Le temps de travail de chaque machine nécessaire pour produire une unité de chaque produit, le bénéfice de vente d'une unité de chaque produit et les limitations du temps de travail de deux machines, par mois, sont donnés dans le tableau suivant:

| | Produit 1 | Produit 2 | Produit 3 | Limitations du temps de travail |
|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------------------------|
| Machine A | 0.4 | 0.4 | 0 | 200 |
| Machine B | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 200 |
| Bénéfice | 560 | 960 | 80 | |

On veut établir la production optimale de cette usine, par mois, c'est-à-dire déterminer le nombre d'unités de chaque produit afin de maximiser le bénéfice total.

- Formuler ce problème comme un problème de programmation linéaire.
- Formuler le problème dual
- Résoudre le problème dual par la méthode graphique
- Résoudre le problème primal par les conditions de Kuhn-Tucker en tenant compte de la solution duale.

Sujet 2 (8 points) :

Appliquer la méthode FSD (Fully Stressed Design) à la minimisation du volume d'une structure à 3 barres illustrée à la Fig.1.

Les limitations sont imposées sur les contraintes axiales $\sigma_{xx i}$ dans les barres :

$$|\sigma_{xx i}| \leq \sigma \quad i = 1,2,3 \quad \text{avec } \sigma = P/A$$

Il y a trois variables d'optimisation : A_1, A_2, A_3 - aires de section de trois barres.

Les valeurs initiales des variables d'optimisation sont données :

$$A_i^0 = A \quad i = 1,2,3$$

- Effectuer 2 itérations de la méthode FSD.
- Vers quelle solution converge le processus itératif ?
- Quelle est l'évolution de la contrainte axiale σ_{xx} dans la barre 1 ?
- Est-ce que la limitation sur la contrainte axiale σ_{xx} dans la barre 1 est satisfaite
 - a) pour la structure non optimisée ($k=0$) ?
 - b) pour la structure à l'itération $k=1$?
 - c) pour la structure à l'itération $k=2$?

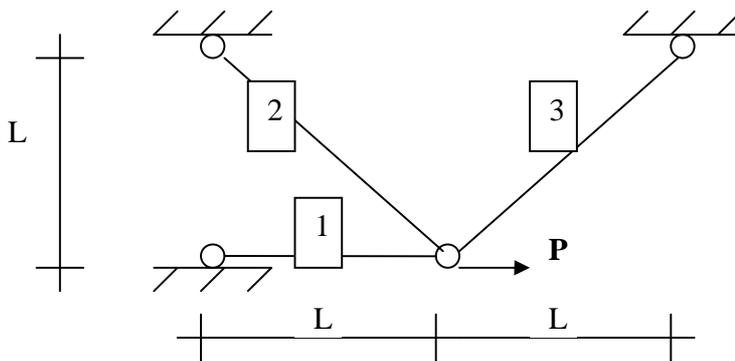


Fig. 1

Sujet 3 (6 points) :

Répondre aux questions suivantes :

1. Comment détermine-t-on la direction \mathbf{d} dans la méthode de la plus grande descente ?
 - A. par le gradient
 - B. par l'opposé du gradient
 - C. par la direction quelconque
2. Dans quelle méthode d'optimisation non linéaire utilise-t-on une approximation de l'inverse de la matrice Hessienne
 - A. méthode du simplexe
 - B. méthode Newton
 - C. méthode de DFP
3. Quel est le critère que la solution soit admissible pendant les transformations de Jordan dans l'algorithme du simplexe ?
 - A. tous les coefficients dans la ligne correspondant au vecteur \mathbf{c} de la fonction objectif sont non négatifs
 - B. la valeur de la fonction objectif est positive
 - C. tous les coefficients dans la colonne correspondant au second membre \mathbf{b} sont non négatifs
4. Dans quel domaine de mécanique, sont apparues les premières applications de la programmation linéaire ?
 - A. analyse limite des structures
 - B. analyse modale des vibrations
 - C. analyse linéaire des structures
5. Dans quel code d'éléments finis la méthode FSD a été implémentée ?
 - A. ABAQUS
 - B. ANSYS
 - C. MSC NASTRAN
6. Pour quels problèmes de programmation linéaire, l'algorithme du simplexe converge en nombre fini d'itérations ?
 - A. problèmes avec limitations de type « inégalité »
 - B. tous les problèmes linéaires
 - C. problèmes avec limitations de type « égalité »