

**UTBM MN 51**  
**MODELISATION DES STRUCTURES PAR ELEMENTS FINIS**

EXAMEN **FINAL**

18 janvier 2019

10h30-12h30 P243

Les notes de cours et de TD sont autorisées, ainsi que les calculatrices.

Automne **2018**

M.Domaszewski, F.Peyraut

Page 1/5

**Sujet 1 (8 points) :**

Considérons une plaque illustrée à la Fig. 1. Tenant compte de la symétrie, on peut considérer un quart de la plaque avec un maillage avec 3 éléments carrés (de côté  $a$ ) à 4 nœuds et 3 ddl par nœud. On demande de déterminer le système  $\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}$ .

**Respecter la numérotation des éléments et des nœuds.**

- Déterminer les CL. (1 pt)
- Déterminer les CS. (1 pt)
- Définir les ddl inconnus  $\mathbf{u}$ . (1 pt)
- Déterminer les 3 matrices de rigidité de 3 éléments. (3 pts)
- Déterminer la matrice de rigidité globale  $\mathbf{K}$  par assemblage des matrices élémentaires ainsi que le vecteur de sollicitations appliquées  $\mathbf{f}$ . (2 pts)

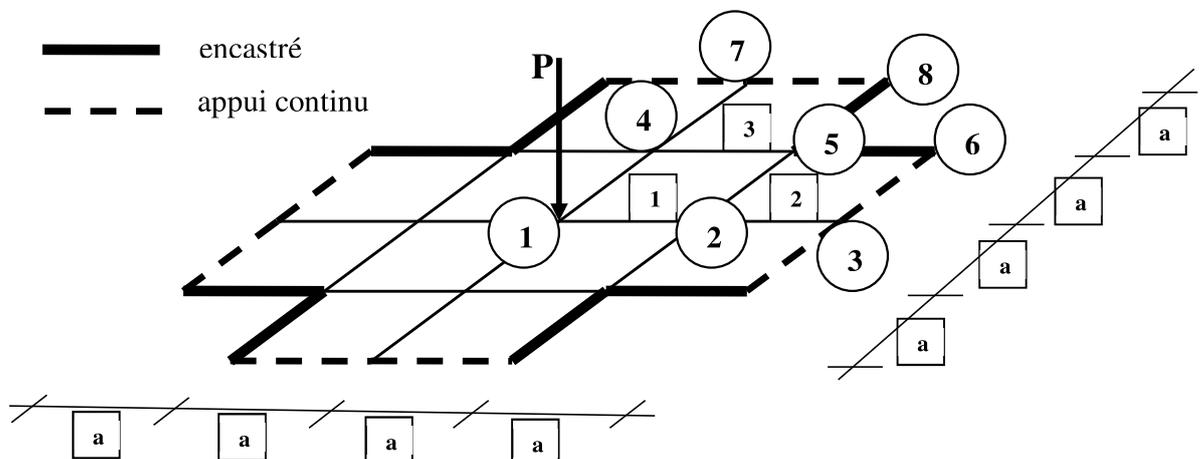


Fig. 1

On rappelle la matrice de rigidité de l'élément de plaque à la page suivante.



**Sujet 2 (8 points):**

Considérons un élément réel (en x,y) triangulaire à 6 nœuds (voir Fig.2). Les coordonnées des nœuds sont données à la Fig. 2.

On applique une pression  $p=\text{const}$  orthogonale au côté 1 – 6 – 5.

- Calculer les composantes, suivant x et y, des forces nodales équivalentes aux nœuds 1, 6 et 5. (6 pts)
- Vérifier si la somme des composantes, suivant x et y, est correcte. (2 pts)

Les fonctions de forme de cet élément sont les suivantes.

$$N_1 = -\frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y + \frac{1}{2a^2}x^2 + \frac{1}{a^2}xy + \frac{1}{2a^2}y^2$$

$$N_2 = 1 - \frac{2}{a}y - \frac{1}{a^2}x^2 + \frac{1}{a^2}y^2$$

$$N_3 = \frac{1}{2a}x - \frac{1}{2a}y + \frac{1}{2a^2}x^2 - \frac{1}{a^2}xy + \frac{1}{2a^2}y^2$$

$$N_4 = \frac{2}{a}y + \frac{2}{a^2}xy - \frac{2}{a^2}y^2$$

$$N_5 = -\frac{1}{a}y + \frac{2}{a^2}y^2$$

$$N_6 = \frac{2}{a}y - \frac{2}{a^2}xy - \frac{2}{a^2}y^2$$

**REMARQUE :** Ecrire l'équation de la droite  $y=y(x)$  du côté 1 – 6 – 5, pour calculer les forces nodales équivalentes.

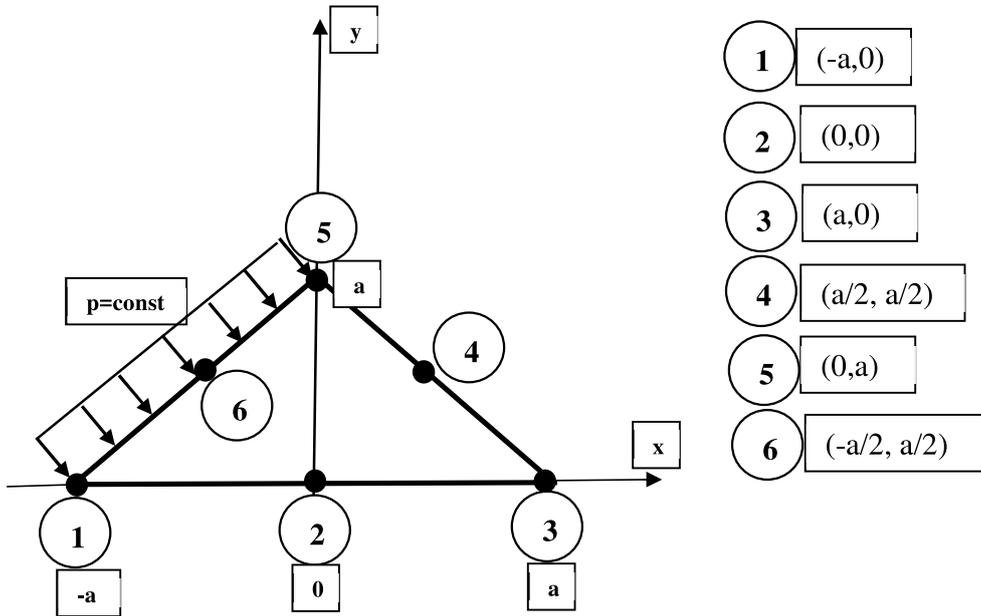


Fig. 2

- 1  $(-a, 0)$
- 2  $(0, 0)$
- 3  $(a, 0)$
- 4  $(a/2, a/2)$
- 5  $(0, a)$
- 6  $(-a/2, a/2)$

**Sujet 3 (4 points) :**

Choisir la bonne réponse :

1. L'élément triangulaire à 3 nœuds, CST, pour les problèmes d'élasticité 2-D possède une caractéristique suivante :
  - A. les déplacements sont constants dans l'élément.
  - B. les contraintes sont constantes dans l'élément.
  
2. L'élément quadrilatéral à 4 nœuds Q4 pour les problèmes d'élasticité 2-D possède une caractéristique suivante :
  - A. les déplacements sont quadratiques dans l'élément.
  - B. les contraintes sont quadratiques dans l'élément.
  
3. Dans l'élément de plaque mince, les déplacements  $w$  sont approximés par un polynôme
  - A. complet.
  - B. incomplet.
  
4. Les résultats d'analyse modale sont utilisés dans
  - A. la méthode de superposition modale.
  - B. la méthode explicite d'intégration dans le temps par différences finies.