N.B. : Notes de cours, TD et TP autorisés.

TRANSFERT THERMIQUE CONDUCTIF

Exercice 1 (5 points) :

On considère un problème stationnaire de conduction de chaleur en **2D-axisymétrique** avec un maillage constitué de deux éléments triangles E_1 et E_2 et de quatre nœuds N_1, N_2, N_3 et N_4 (fig. 1). La structure est soumise à deux sources internes de chaleur $\overline{q}_1$ et $\overline{q}_2$ affectées aux deux éléments du maillage. Des températures connues $\overline{T}_1$ et $\overline{T}_4$ sont imposées aux nœuds 1 et 4. Données numériques : conductivité du matériau = 10 W/(m °C), $\overline{T}_1 = \overline{T}_4 = 5$ °C.

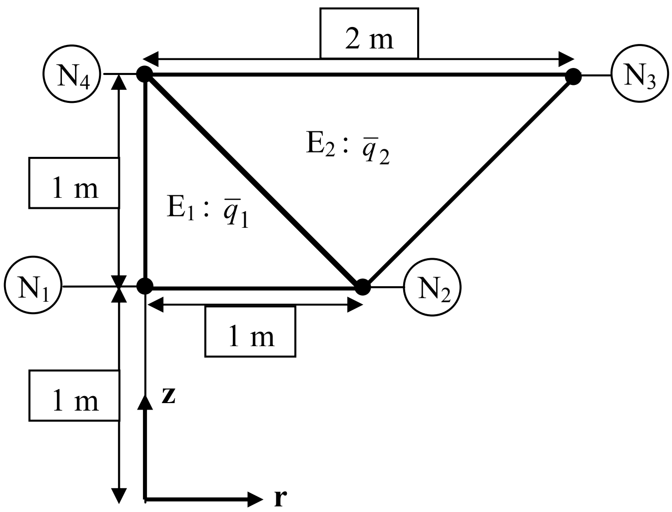


Figure 1

Les calculs seront réalisés avec la convention de numérotation locale indiquée sur la figure 2 :

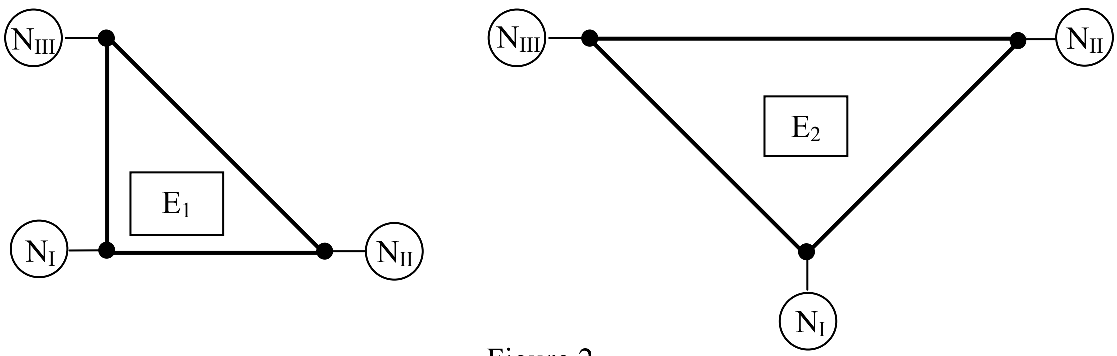


Figure 2

Calculer les températures aux nœuds du maillage dans les deux cas suivants :

a) $\overline{q}_1 = \overline{q}_2 = 100$ W/m^3

b) $\overline{q}_1 = 100$ W/m^3, $\overline{q}_2 = 50$ W/m^3

Exercice 2 (1 point) :

On considère un problème stationnaire de conduction de chaleur en **2D-plan**. La dimension L de la structure considérée est supposée grande devant 3e (fig. 3). Cette structure est soumise à une température $\overline{T}$ sur sa face supérieure et à un flux ϕ sur sa face inférieure. Les données numériques sont : e=10 mm ; conductivité du matériau=50 W/(m °C) ; $\phi=10^4$ W/m^2. Calculer la température T_0 sur la face inférieure, au centre de la structure, dans les deux cas suivants :

a) $\overline{T} = 20°\,C$. Donner T_0 en °C

b) $\overline{T} = 20°\,K$. Donner T_0 en °K.

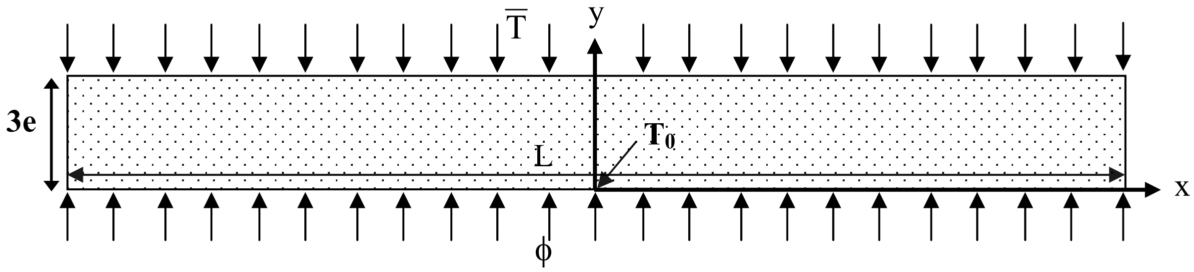


Figure 3

TRANSFERT THERMIQUE RADIATIF

Exercice 3 (3 points) :

On considère un transfert stationnaire radiatif de chaleur au sein d'une enceinte fermée (fig. 4). L'enceinte est constituée de quatre surfaces S_1, S_2, S_3 et S_4, d'émissivité respective ε_1, ε_2, ε_3 et ε_4. Dans les parois de l'enceinte, la chaleur est transportée par conduction. Le problème posé est un problème plan. La structure considérée est soumise à une température $\overline{T}$ sur sa face supérieure et à un flux ϕ sur sa face inférieure. Les données numériques sont : e=10 mm, conductivité du matériau=50 W/(m °C), émissivité des surfaces rayonnantes : ε_1=0.5, ε_2= ε_3= ε_4=0.3, constante de Stefan-Boltzmann=5.67 10^{-8} W/(m^2 °K^4), $\phi=10^4$ W/m^2. On suppose que la base L de la structure est très grande devant l'épaisseur e.

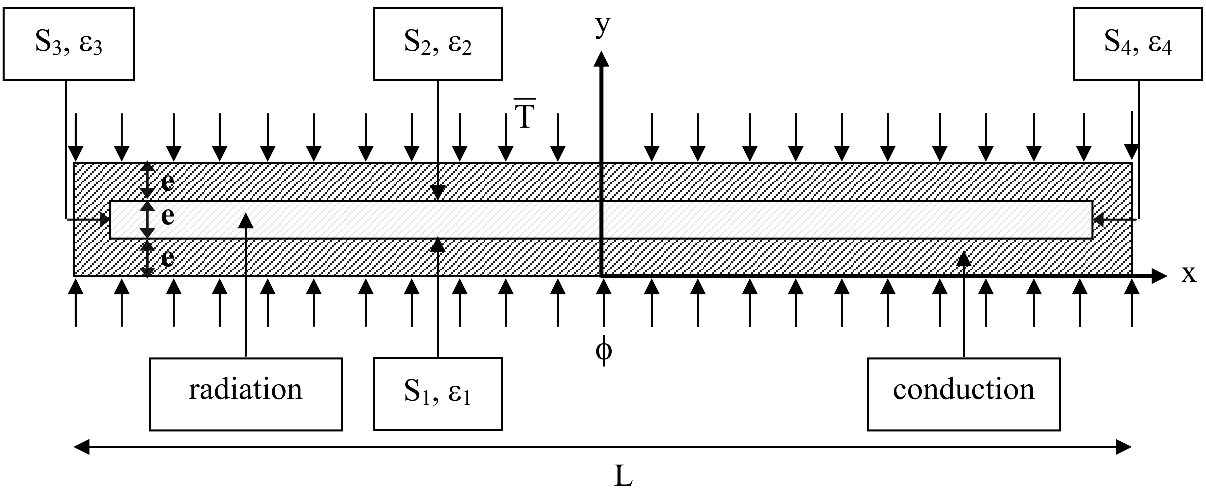


Figure 4

1) Calculer les températures T_0, T_1 et T_2 (fig. 5) dans les deux cas suivants :

a) $\overline{T} = 20°\,C$. Donner T_0, T_1 et T_2 en °C.

b) $\overline{T} = 20°\,K$. Donner T_0, T_1 et T_2 en °K.

2) Dans quel cas aurait on le meilleur accord entre les résultats de la question 1) et le résultat d'un calcul éléments finis : $L=10^{-6}$ m ; L=1 m ou L=+∞ ?

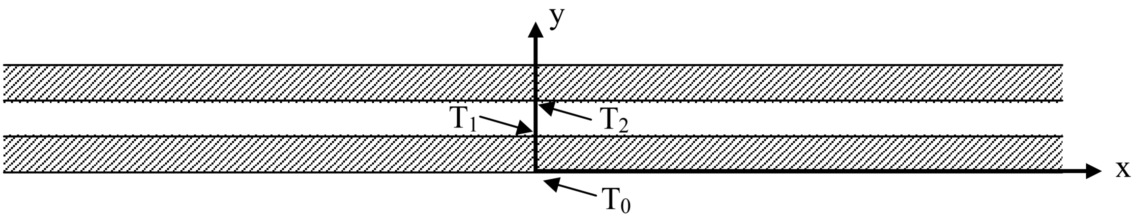


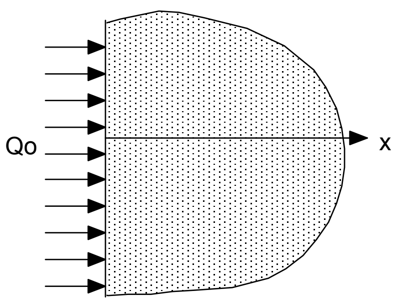
Figure 5

Question (1 point) : comment gère-t-on plusieurs enceintes radiatives disjointes dans ANSYS ?

Exercice 4 : Conduction thermique en régime transitoire - Cas d'un milieu semi-infini avec flux imposé.

(8 points)

Problème : Un solide semi-infini en acier inoxydable est initialement à 15°C ($T(x, 0s) = 15$). A t=0s on impose sur la surface un flux thermique constant de $\mathbf{10^6}$ $W.m^{-2}$.



Données acier inox:
λ=16 $W.m^{-1}°C^{-1}$
ρ=8000 $kg.m^{-3}$
C=500 $J.kg^{-1}.°C^{-1}$

On peut montrer que la solution analytique s'exprime de la manière suivante :

$$T(x,t) = Ti + \frac{2Q_0}{\lambda}\sqrt{\kappa t}\; ierfc\left(x/2\sqrt{\kappa t}\right)$$

où

$\kappa = \dfrac{\lambda}{\rho C}$ représente la diffusivité thermique du matériau.

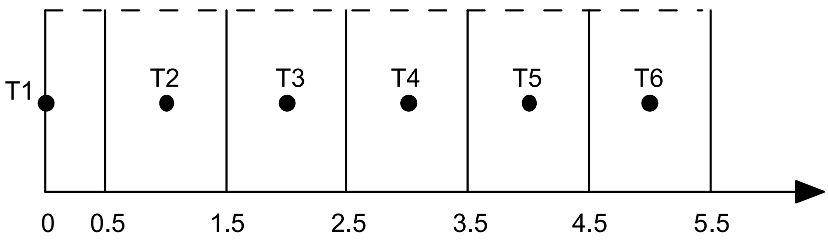
Avec $ierfc(0) = 1/\sqrt{\pi}$, la température de surface évolue donc suivant :

$$T(0,t) = Ti + \frac{2Q_0}{\sqrt{\lambda \rho C \pi}}\sqrt{t}$$

Numérique:

- Considérer une profondeur de 5.5 mm.
- Utiliser 6 volumes (dont le premier sera un demi-volume).

Représentation:



1) Déterminer le système (6 équations) permettant de calculer $T(x_i,0.1s)$ à partir de $T(x_i,0s)$ suivant un schéma d'intégration temporelle de type Crank-Nicholson.
   Mettre le problème sous la forme :
   $$[A][T_{j+1}] = [B][T_j] + [S]$$
   Où j représente l'indice temporel.
   Et exprimer les matrices $[A]$, $[B]$ et $[S]$ en fonction de 3 coefficients à expliciter.
   Donner les valeurs numériques de chaque coefficient puis résoudre.
   (Rq: vous utiliserez une surface unitaire suivant la normale à x).
2) Calculer $T(x_i,0.5s)$ en réalisant 5 pas de temps de 0.1s avec ce même schéma et conclure en comparant à la solution analytique de la température de surface.

Exercice 5 : (2 points)

Si l'image suivante représente la température dans différentes cellules d'un maillage 1D en mécanique des fluides et si la flèche représente la direction de l'écoulement en w, calculer Tw (face située entre W et P) pour des schémas de discrétisation de type centré, amont et QUICK.