NOTES DE COURS, TD ET TP AUTORISÉES

Mécanique des fluides – Echauffement convectif dans un tube de section circulaire (10 points)

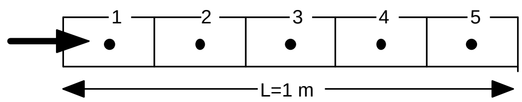
Un fluide (eau) entre à 15℃ dans un tube circulaire dont la température de surface interne est de 100℃ sur toute sa longueur (1 m).
Le fluide subit un échauffement par convection tout au long du tube.

Données :
λ=0.6 W.m^{-1}.K^{-1}
C=4000 J.kg^{-1}.℃$^{-1}$
ρ=1000 kg.m^{-3}
L=1 m
D=1 cm
V=1 m.s^{-1}
h=4000 W.m^{-2}.℃$^{-1}$

Problème: Déterminer le profil de la température le long du tube. Le terme convectif (lié au déplacement du fluide) sera discrétisé à l'aide du schéma QUICK (seule différence par rapport à l'exercice traité en TD).

Discrétisation : 5 éléments de volume seront considérés.

Représentation :



Pour rappel, suivant le schéma QUICK, il vient par exemple pour estimer T_{34} :

$$T_{34} = T_3 + \tfrac{1}{2}B(r)\left(T_3 - T_2\right) \quad (1)$$

Avec $r = \dfrac{T_4 - T_3}{T_3 - T_2}$ et $B(r) = \tfrac{3}{4}r + \tfrac{1}{4}$

Au lieu de $T_{34} = T_3$ pour le schéma amont.

1) Mettre tout d'abord T_{34} sous la forme $T_{34} = \dfrac{xT_2 + yT_3 + zT_4}{8}$.

Avec x, y et z valeurs entières à définir.

Une formule identique sera utilisée pour T_{12}, T_{23} et T_{45}.

Concernant la CL sur la face d'entrée, la température est imposée à $T_e = 15°C$.

Pour estimer T_{12}, vous considérez le point amont fictif $T_0 = 15°C$.

Concernant la CL sur la face de sortie, vous utiliserez l'hypothèse d'extrapolation (soit $r = B(r) = 1$) pour estimer la température sur la face située à droite de 5.

Ainsi, la température sur la face de sortie peut être déterminée en fonction de T_4 et T_5.

2) Le problème ayant été traité en TD pour le schéma amont, vous redéfinirez les coefficients a, b et c considérés lors du TD et vous en recalculerez les valeurs numériques.

3) Vous mettrez le problème sous la forme matricielle :

$$[A][T]=[B]$$

Où A est une matrice carrée de dimension 5x5 et B un vecteur de dimension 5.
Vous expliciterez chacun des éléments de [A] et de [B] en fonction des coefficients a, b et c précédemment définis.
Comme en TD, le coefficient a étant très faible par rapport à b et c, vous pourrez le négliger pour procéder à la résolution du système.
En principe, vous devez obtenir une matrice [A] quadridiagonale (2 éléments non nuls à gauche de la diagonale et 1 élément non nul à droite).

4) Résoudre le système.
Vous comparerez ensuite les résultats obtenus à ceux calculés avec le schéma amont et à la solution analytique pouvant s'exprimer :
$T(x)=T_w-\left(T_w-T_e\right)\ e^{-0.4x}=100-85\ e^{-0.4x}$ avec x en m.
Vous conclurez quant à la précision du schéma QUICK relativement au schéma amont.

TRANSFERT THERMIQUE CONDUCTIF (5 POINTS)

On considère un problème de diffusion de la chaleur en 2D axisymétrique. Deux cas seront étudiés : un cylindre plein (fig. 1) et un cylindre creux (fig. 2). Le maillage comporte à chaque fois 2 éléments triangulaires et 4 nœuds. Les températures sont imposées aux nœuds 1, 2 et 3 et sont notées respectivement $\overline{T}_1$, $\overline{T}_2$ et $\overline{T}_3$. La conductivité est notée *k*. La source interne volumique de chaleur $\overline{q}$ (W/m^3) est uniforme et appliquée sur chaque élément. On utilisera la convention de numérotation locale de la figure 3.

a) Assembler la matrice et le second membre du système linéaire associé au modèle élément fini de la figure 1. Résoudre ce système et exprimer la température T_4 en fonction de $\overline{T}_1$, $\overline{T}_3$, *a*, *k* et $\overline{q}$.

b) Assembler uniquement les 4$^{\text{èmes}}$ lignes de la matrice et du second membre du système linéaire associé au modèle élément fini de la figure 2. Résoudre ce système et exprimer la température T_4 en fonction de $\overline{T}_1$, $\overline{T}_3$, *a*, *b*, *k* et $\overline{q}$.

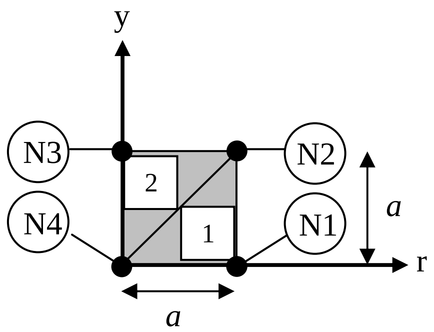


Figure 1 – maillage cylindre plein

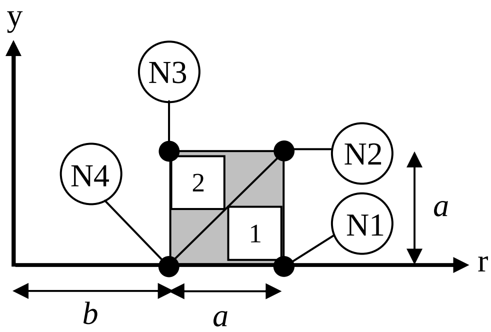


Figure 2 – maillage cylindre creux

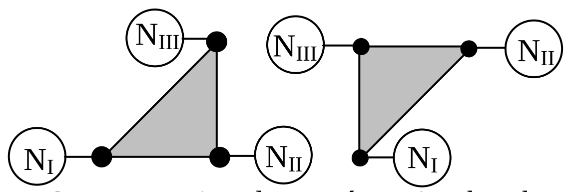


Figure 3 – convention de numérotation locale

PROBLÈME TRANSFERT THERMIQUE RADIATIF (5 POINTS)

On considère le transfert radiatif et conductif de chaleur dans la structure plane de la figure 4. L'enceinte où ont lieu les échanges radiatifs est délimitée par quatre surfaces S_1, S_2, S_3 et S_4, d'émissivité respective ε_1, ε_2, ε_3 et ε_4. Dans les parois solides, la chaleur est transportée par conduction avec une conductivité égale à *k*. On supposera que la longueur L est très grande devant l'épaisseur e. On se positionnera au centre de la structure et aux différentes interfaces pour l'étude des températures (fig. 5).

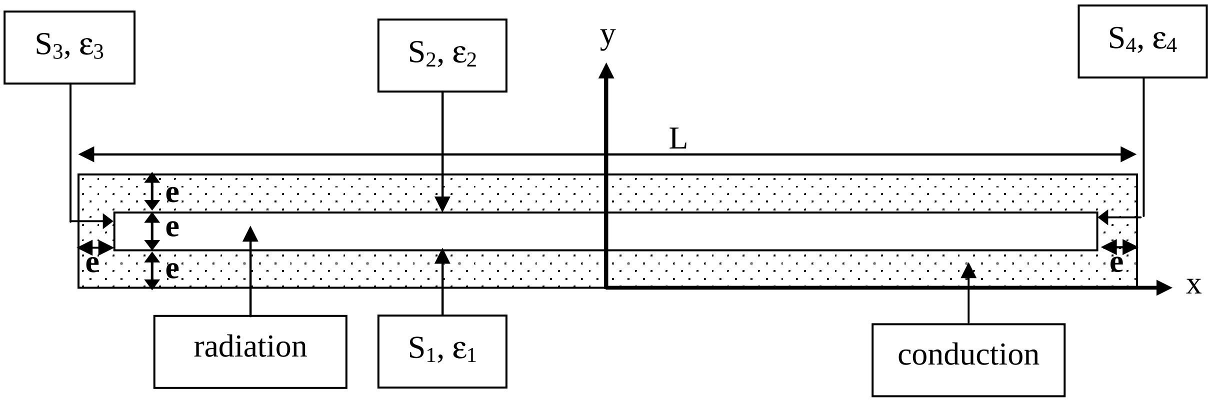


Figure 4 – structure plane

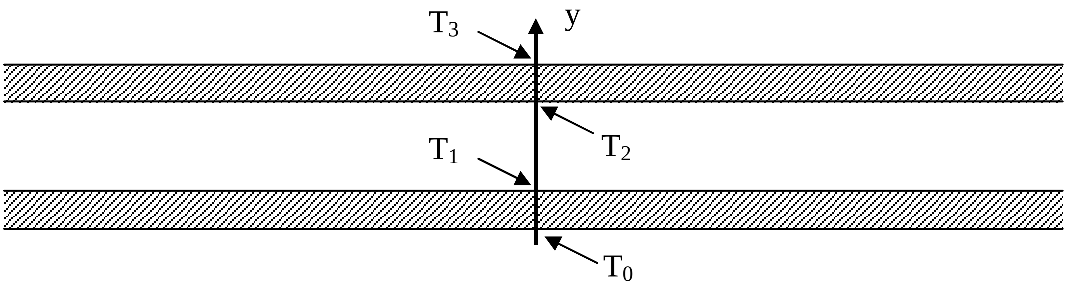


Figure 5 – localisation des températures à étudier

a) En tenant compte de la spécificité géométrique du problème, utiliser les équations radiatives associées aux surfaces 1 et 2 pour montrer que :

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{\varepsilon_1} & \dfrac{\varepsilon_2 - 1}{\varepsilon_2} \\ \dfrac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1} & \dfrac{1}{\varepsilon_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \sigma \begin{Bmatrix} T_1^4 - T_2^4 \\ T_2^4 - T_1^4 \end{Bmatrix}$$

où σ représente la constante de Stefan-Boltzmann, égale à 5.67 10^{-8} W/(m^2 °K^4), et ϕ_1 et ϕ_2 sont les flux radiatifs perdus par les surfaces 1 et 2.

b) <u>En donnant le détail des calculs</u>, résoudre le système linéaire de la question a). En déduire ϕ_1 en fonction de σ, T_1, T_2, ε_1 et ε_2. En déduire également une relation simple entre ϕ_1 et ϕ_2.

c) On suppose T_1 et T_2 connues. Calculer T_0 et T_3 en fonction de T_1, T_2, *k*, ϕ_1 et e.

d) On considère les données numériques suivantes : e=0.1 m, k=10 W/(m °K), ε_1=0.5, ε_2= ε_3= ε_4=0.3. En supposant que T_1=500 °K et T_2=1000 °K, calculer T_0 et T_3.

e) On considère dans cette question que T_0 et T_3 sont connus (T_0=377.33 °K et T_3=1122.67 °K) et que les degrés de liberté inconnus sont T_1 et T_2. Les autres données numériques de la question précédente sont conservées. Un calcul numérique a été réalisé avec un logiciel aux éléments finis pour plusieurs longueurs L. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 1. Ces résultats sont ils cohérents avec ceux obtenus à la question d) ? Pourquoi ?

L (m)	T_0 (°K)	T_1 (°K)	T_2 (°K)	T_3 (°K)
0.3	377.33	539.53	959.41	1122.67
1	377.33	497.96	999.65	1122.67
10	377.33	499.86	999.98	1122.67

Tableau 1 – résultats calcul éléments finis

QUESTIONS TRANSFERT THERMIQUE RADIATIF (1 POINT)

Question 1 Est-ce qu'il est possible de faire du transfert thermique radiatif avec le logiciel ANSYS en imposant des conditions aux limites en température en degré Celsius ? Si non, pourquoi ? Si oui, comment ?

Question 2 A quoi sert le paramètre « enclosure number » dans ANSYS ?