MN52 – EXAMEN FINAL – NOTES DE COURS, TD ET TP AUTORISÉES

Mécanique des fluides – Echauffement convectif dans un tube de section circulaire (10 points)

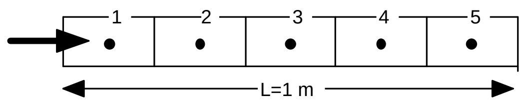
Un fluide (eau) entre à 15℃ dans un tube circulaire dont la température de surface interne est de 100℃ sur toute sa longueur (1 m).
Le fluide subit un échauffement par convection tout au long du tube.

Données :
λ=0.6 $W.m^{-1}.K^{-1}$
C=4000 $J.kg^{-1}.℃^{-1}$
ρ=1000 $kg.m^{-3}$
L=1 m
D=1 cm
V=0.5 $m.s^{-1}$
h=4000 $W.m^{-2}.℃^{-1}$

Problème: Déterminer l'évolution de la température le long du conduit calculée à l'aide de 2 schémas de discrétisation différents.

Discrétisation : 5 éléments de volume seront considérés.

Représentation :



Pour un schéma donné, la valeur de T_{34} (point situé sur la face entre les volumes 3 et 4) peut être mise sous la forme:

$$T_{34} = T_3 + \tfrac{1}{2}B(r)\left(T_3 - T_2\right) \qquad (1)$$

Où $r = \dfrac{T_4 - T_3}{T_3 - T_2}$

Suivant le schéma QUICK vu en TD, on avait $B(r) = \tfrac{3}{4}r + \tfrac{1}{4}$

Au lieu de $T_{34} = T_3$ pour le schéma amont.

Les 2 schémas que vous considérerez sont :

- Linear Upwind Scheme (LUS) pour lequel $B(r) = 1$
- FROMM pour lequel $B(r) = \tfrac{1}{2}r + \tfrac{1}{2}$

1) Dans les 2 cas, vous mettrez tout d'abord T_{34} sous la forme $T_{34} = xT_2 + yT_3 + zT_4$.
Avec x, y et z valeurs à définir.
Une formule identique sera utilisée pour T_{12}, T_{23} et T_{45}.
Concernant la CL sur la face d'entrée (T_{01}), la température est imposée à $T_e = 15℃$.
Pour estimer T_{12}, vous considérez le point amont fictif $T_0 = 15℃$.
Concernant la CL sur la face de sortie, vous utiliserez l'hypothèse d'extrapolation (soit $r = B(r) = 1$) pour estimer la température sur la face située à droite de 5.
Ainsi, la température sur la face de sortie peut être déterminée en fonction de T_4 et T_5.

2) Le problème ayant été traité en TD pour les schémas amont et QUICK, vous redéfinirez les coefficients a, b et c considérés lors du TD et vous en recalculerez les valeurs numériques en simplifiant par pi (attention, la vitesse est ici de 0.5 m/s au lieu de 1).

3) Vous mettrez le problème sous la forme matricielle :

$$[A][T]=[B]$$

Où A est une matrice carrée de dimension 5x5 et B un vecteur de dimension 5.
Vous expliciterez chacun des éléments de [A] et de [B] en fonction des coefficients a, b et c précédemment définis.
Comme en TD, le coefficient a étant très faible par rapport à b et c, vous pourrez le négliger pour procéder à la résolution du système.

4) Résoudre le système.
Vous comparerez ensuite les résultats obtenus à ceux calculés avec le schéma amont et à la solution analytique pouvant s'exprimer :
$T(x)=T_w-(T_w-T_e)\ e^{-0.8x}=100-85\ e^{-0.8x}$ avec x en m.
Vous conclurez quant aux précisions respectives de chaque schéma (LUS et FROMM).

THERMIQUE – QUESTIONS (2.5 points)

1) Dans la nomenclature utilisée par ANSYS pour lister les chargements, que signifient les termes « DOF Constraints », « Forces », « Surface » et « Body » quand on fait un calcul thermique ?
2) Une condition aux limites de type « température imposée » a été appliquée sur tous les nœuds situés sur une ligne appartenant à la géométrie d'un modèle ANSYS (*Apply/Thermal/Temperature on Nodes*). Cette possibilité a été utilisée plutôt qu'appliquer directement la température sur la ligne (*Apply/Thermal/Temperature on Line*). Expliquer les différences éventuelles que cela induira sur les résultats lorsque le calcul aura été réalisé.
3) Les résultats présentés sur la figure 1 ont été obtenus avec ANSYS pour un problème de conduction plan avec un matériau isotrope. En déduire la conductivité qui a été utilisée pour les calculs. Justifier votre réponse.

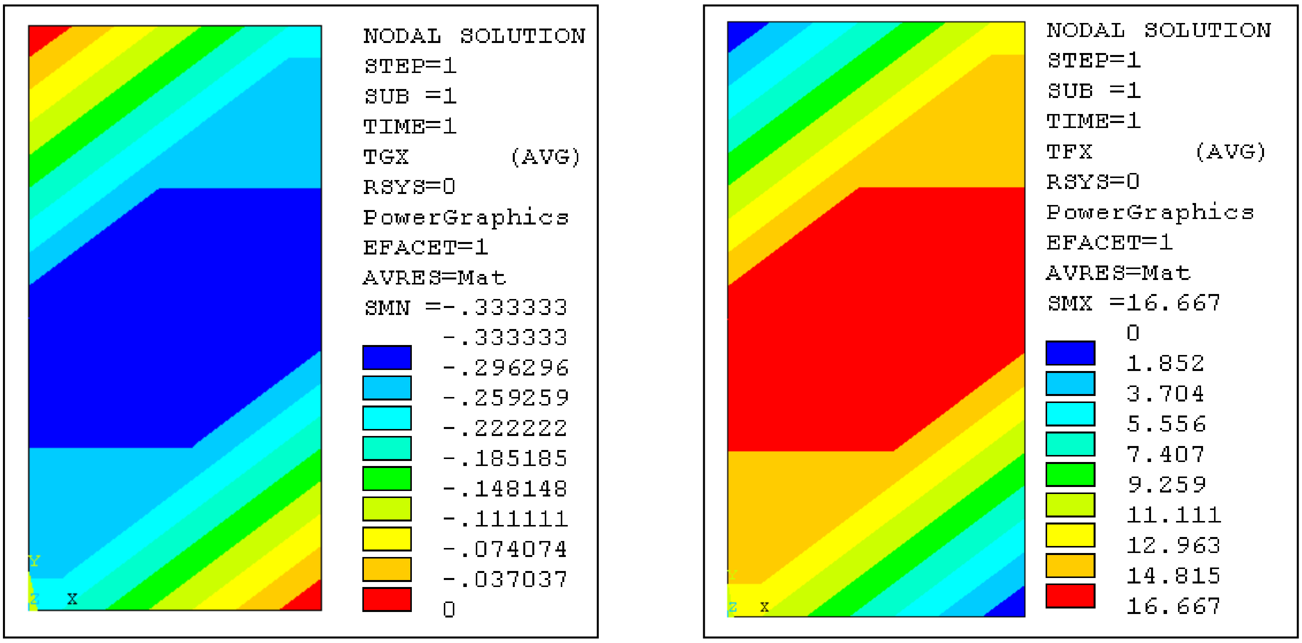


Figure 1 – Résultats de calcul éléments finis

<u>THERMIQUE – PROBLÈME DE CONDUCTION (8.5 points)</u>

On considère un problème 2D plan de conduction de chaleur dans la structure représentée sur la figure 2. On suppose qu'il n'y a pas de couplage avec la mécanique et que la diffusion se fait en conduction seule, sans convection ni radiation. On néglige les effets transitoires et on suppose que le matériau est homogène et isotrope. La conductivité du matériau est prise égale à 10 W/(m °C). Les dimensions et le maillage de la structure sont donnés sur la figure 3. La structure est soumise à une température T_0=10°C sur sa partie inférieure, à une température T_1=20°C sur sa partie supérieure et à une source interne de chaleur $\bar{q}$ (y)=480 y W/m^3. Notez bien que la **<u>source interne de chaleur</u>** est **<u>non constante</u>** puisqu'elle **<u>dépend de la variable d'espace *y*</u>**.

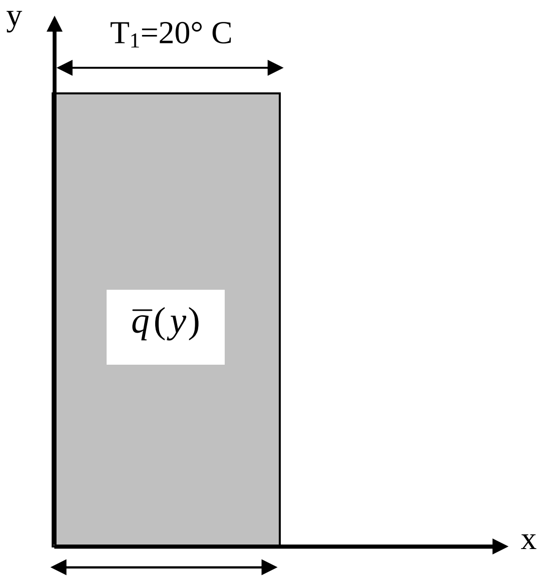


Figure 2 – structure

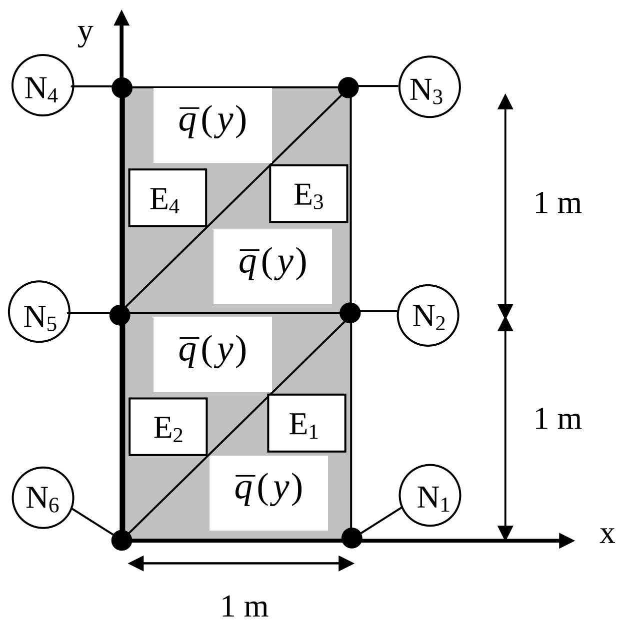


Figure 3 – maillage

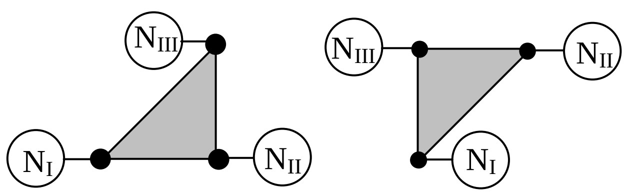


Figure 4 – convention de numérotation locale

	T_2 (°C)	T_5 (°C)
Maillage triangle	37.222	40.778
Maillage quadrangle	39	39

Tableau 1 – Résultats éléments finis

1) On adopte la numérotation globale des nœuds de la figure 3 et la numérotation locale de la figure 4. Donner la matrice assemblée du problème.
2) Calculer les seconds membres élémentaires en utilisant la formule d'intégration approchée sur le triangle de référence $\hat{T}$: $\iint_{\hat{T}} f(\hat{x},\hat{y})\,d\hat{x}\,d\hat{y} \approx \frac{1}{2} f\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$.
3) Assembler le second membre.

4) Calculer les températures aux nœuds 2 et 5 en donnant le détail de l'inversion du système linéaire.

5) Rappeler l'équation de diffusion de la chaleur adaptée aux hypothèses de l'exercice.

6) L'objectif de cette question est de trouver une formule analytique de la température en fonction de *y*. Pour cela, on va supposer que la température est une fonction polynomiale cubique de la variable *y* :

$$T(y) = \mathrm{a}\, y^3 + \mathrm{b}\, y^2 + \mathrm{c}\, y + \mathrm{d}$$

En vous servant de la question 5, des conditions aux limites en température et du chargement (source interne de chaleur), calculer les coefficients réels a, b, c et d.

7) Calculer $T(y=1)$ à l'aide de la question 6. Comparer avec les températures obtenues aux nœuds 2 et 5 à la question 4.

8) Deux calculs éléments finis ont été réalisés avec ANSYS avec des éléments PLANE55. Un calcul a été effectué avec le maillage de la figure 3. Le second calcul a été réalisé en remplaçant les 4 triangles de la figure 3 par deux quadrangles. Les résultats sont donnés dans le tableau 1. Comparer ce tableau avec les résultats des questions 4 et 7. Conclure, sachant que la formule d'intégration numérique de la question 2 est exacte pour les polynômes de degré 1 et donne une valeur approchée pour les polynômes de degré supérieur.