DUREE DE L'EXAMEN : 2 HEURES

Les notes de Cours, de TD et de TP sur support papier sont autorisées.

L'accès à des documents électroniques (via ordinateur portable, téléphone portable etc.) est interdit.

Les sujets de mécanique des fluides et de thermique sont à rendre sur des feuilles séparées.

CONDUCTION ET RAYONNEMENT THERMIQUE (5 POINTS)

On considère le transfert radiatif de chaleur au sein d'une enceinte fermée dont les parois ont une épaisseur e égale à 10 mm (fig. 1). Cette enceinte est constituée de quatre surfaces S_1, S_2, S_3 et S_4, ayant la même émissivité ε. Dans les parois solides, la chaleur est transportée par conduction en 2D-plan avec une conductivité égale à 50 W/(m °C). La base de la structure est soumise à un flux imposé ϕ=10^4 W/m^2 et la face supérieure à une température $\overline{T}$ =20 °C. On fera l'hypothèse que la longueur L de la structure est très grande devant l'épaisseur e et on rappelle que la constante de Stefan-Boltzmann est égale à 5.67 10^{-8} W/(m^2 °K^4). On souhaite déterminer les températures T_0, T_1 et T_2 situées au centre de la structure (voir figure 2). **Calculer T_2. Exprimer T_0 et T_1 en fonction de ε. Calculer numériquement T_0 et T_1 dans les trois cas suivants : ε=0.2, ε=0.5, ε=0.9. Comparer avec les valeurs obtenues à l'aide d'ANSYS (tableau 1) et commenter les résultats.**

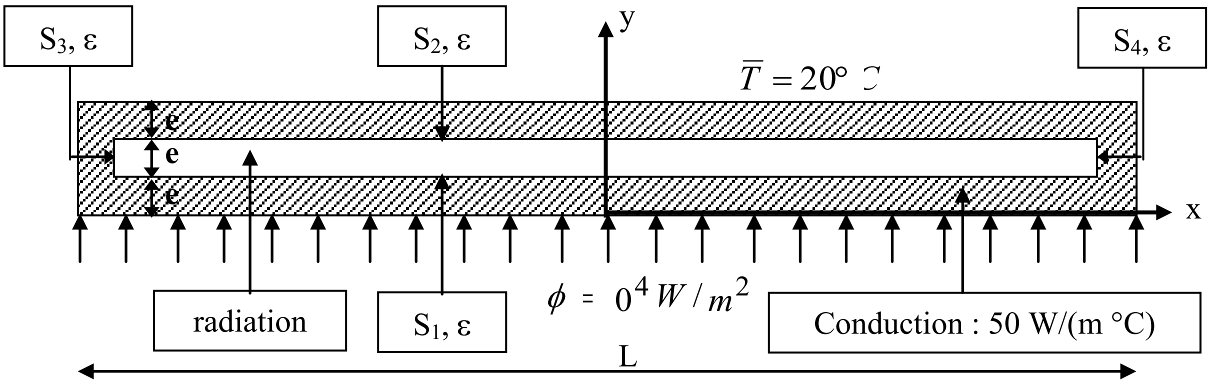


Figure 1 – enceinte fermée délimitant du vide

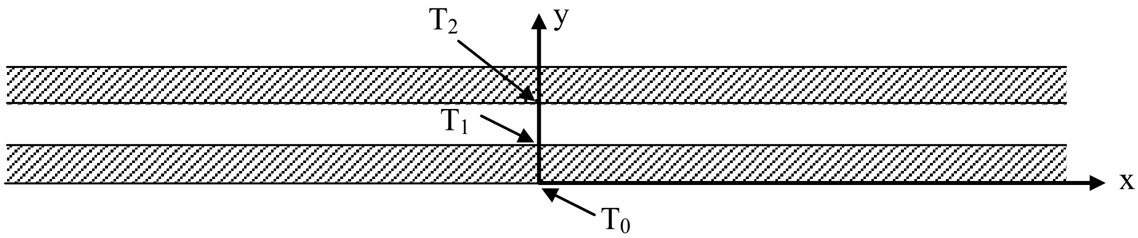


Figure 2 – localisation des températures à calculer

Emissivité ε	T_0 (K)	T_1 (K)	T_2 (K)
0.2	1125	1123	295
0.5	858	856	295
0.9	689	687	295

Tableau 1 – *Résultats ANSYS pour le calcul conductif-radiatif*

On considère le même type de structure que la figure 1 mais on remplace cette fois le vide par un matériau solide (figure 3) de conductivité égale à 10 W/(m °C). **Calculer les températures T_0, T_1 et T_2 situées au centre de la structure comme indiqué sur la figure 2**. **Comparer avec les valeurs obtenues à l'aide d'ANSYS (tableau 2) et commenter les résultats.**

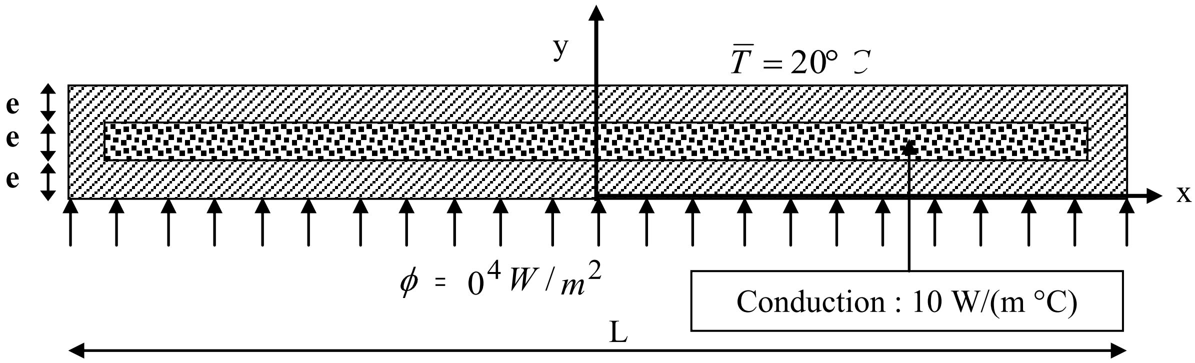


Figure 3 – enceinte fermée délimitant <u>un matériau solide</u>

T_0 (K)	T_1 (K)	T_2 (K)
307	305	295

Tableau 2 – *Résultats ANSYS pour le calcul conductif*

<u>CONDUCTION THERMIQUE EN 2D-AXISYMETRIQUE (5 POINTS)</u>

On considère un problème de conduction en 2D-axisymétrique dans la partie solide d'un cylindre creux avec une conductivité de matériau égale à 10 W/(m °C). Le maillage du plan de coupe de la surface de révolution est constitué de 4 éléments triangulaires à trois nœuds et de 6 nœuds (figure 4). Les dimensions de la pièce sont reportées sur les axes de la figure 4. La structure est soumise à une source interne de chaleur $\overline{q}$ égale 100 W/m^3 et à une température de 5 °C imposée sur trois des quatre surfaces délimitant la partie solide du cylindre creux : la surface cylindrique extérieure, l'anneau circulaire supérieur et l'anneau circulaire inférieur. **En respectant la convention de numérotation locale de la figure 5, assembler la matrice et le second membre par la méthode des éléments finis et calculer la température aux nœuds du maillage**.

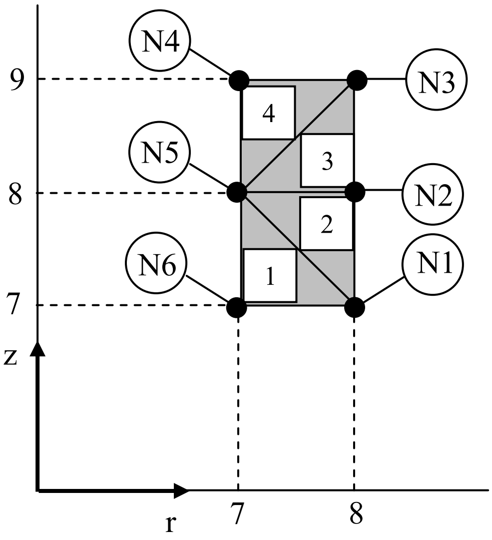


Figure 4 – cylindre creux en 2D-axisymétrique

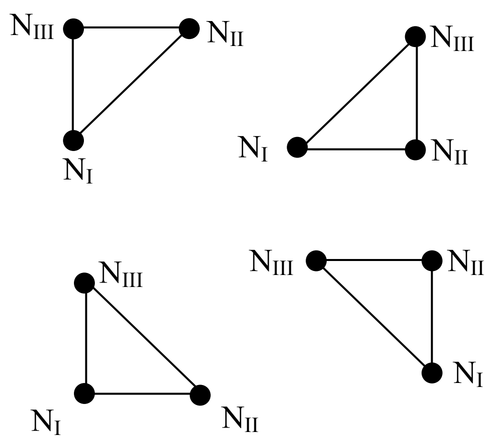


Figure 5 – convention de numérotation locale

METHODE DES VOLUMES FINIS EN TRANSFERT THERMIQUE ET MECANIQUE DES FLUIDES (10 POINTS)

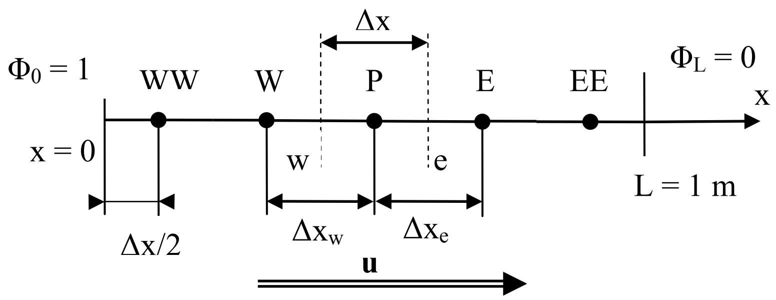
On considère la dilution d'un colorant dans un fluide en mouvement en écoulement stationnaire dans un cas monodimensionnel.
La variable étudiée, dans ce cas, n'est pas la température (comme en TD) mais la concentration Φ en colorant. Il s'agit toujours d'une grandeur scalaire.
Pour un volume dans le cas monodimensionnel, l'équation de conservation de Φ est :
$(\rho u\Phi)_e - (\rho u\Phi)_w - \left(\Gamma_\Phi \frac{d\Phi}{dx}\right)_e + \left(\Gamma_\Phi \frac{d\Phi}{dx}\right)_w = S_\Phi$ Ici, $S_\Phi = 0$.

Une fois discrétisée, elle se traduit, pour le volume de centre P, par :

$$(\rho u)_e\Phi_e - (\rho u)_w\Phi_w - \frac{\Gamma_{\Phi e}}{\Delta x_e}(\Phi_E - \Phi_P) + -\frac{\Gamma_{\Phi w}}{\Delta x_w}(\Phi_P - \Phi_W) = 0 \text{ (cf cours).}$$

<u>Pour toute l'étude, on utilisera les coefficients 2a = ρu et b = $\Gamma_\Phi/\Delta x$</u>.

A l'entrée du domaine, la concentration Φ en colorant est maximale et est égale à 1. A l'autre extrémité, elle est égale à 0.
Le liquide a une masse volumique $\rho = 10^3$ kg.m^{-3}. Le coefficient de diffusion $\Gamma_\Phi = 1$ kg/m.s.
L'objectif est de déterminer la distribution des concentrations dans le liquide en mouvement.
Pour cela, on discrétise ce domaine dans sa longueur à l'aide de 5 volumes identiques de largeur $\Delta x = 20$ cm de la façon suivante :



1) On envisage de traiter les termes convectifs en utilisant un schéma amont.
a) <u>Cas 1</u> : u = 1 mm/s.
Exprimer sous forme analytique le système d'équations caractérisant les 5 volumes en fonction de a et b.
Exprimer les matrices de coefficients sous forme analytique puis numérique.
Calculer la distribution des concentrations.
b) <u>Cas 2</u> : u = 2,5 cm/s.
Donner sous forme numérique les nouvelles expressions des matrices puis calculer la nouvelle distribution des concentrations.

2) La solution analytique donne les résultats suivants:

	Φ_{WW}	Φ_W	Φ_P	Φ_E	Φ_{EE}
cas 1	0,9388	0,7964	0,6225	0,41	0,1505
cas 2	1	1	1	0,9994	0,9179

Comparer les résultats obtenus dans les deux cas avec ceux fournis par la solution analytique. Pour cela, vous calculerez l'écart en pourcentage entre les deux séries de résultats.
Commenter.

3) On envisage maintenant de traiter les termes convectifs en utilisant un autre schéma proposé par Fluent, il s'agit du schéma amont au second ordre.
Il s'écrit pour les faces w et e du volume de centre P:

$$\begin{aligned}\Phi_w &= \frac{3}{2}\Phi_W - \frac{1}{2}\Phi_{WW} \\ \Phi_e &= \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{1}{2}\Phi_W\end{aligned} \quad \text{si } u_w > 0 \text{ et } u_e > 0 \qquad \text{ou} \qquad \begin{aligned}\Phi_w &= \frac{3}{2}\Phi_P - \frac{1}{2}\Phi_E \\ \Phi_e &= \frac{3}{2}\Phi_E - \frac{1}{2}\Phi_{EE}\end{aligned} \quad \text{si } u_w < 0 \text{ et } u_e < 0$$

Les termes diffusifs sont traités de la même manière que précédemment.

En tenant du sens de l'écoulement, utiliser ce schéma <u>uniquement</u> pour le cas 2 (u = 2,5 cm/s) en respectant la même démarche de calcul et de présentation.
Vous pouvez, si nécessaire, utiliser la technique du "nœud miroir" comme pour le schéma QUICK.
Comparer et commenter les résultats avec la solution analytique.