DUREE DE L'EXAMEN : 2 HEURES

Les notes de Cours, de TD et de TP sur support papier sont autorisées ainsi que les calculatrices ne permettant pas de communications interne et/ou externe.

L'usage d'autres moyens électroniques (ordinateur, téléphone, traducteur automatique etc.) est interdit.

Les sujets 1 et 2 sont à rendre sur des feuilles séparées.

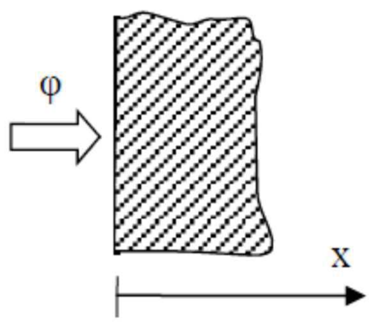
SUJET 1

METHODE DES VOLUMES FINIS EN TRANSFERT THERMIQUE ET MECANIQUE DES FLUIDES (10 POINTS)

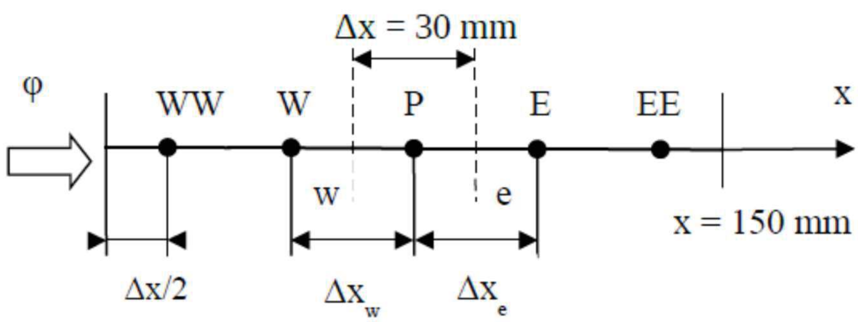
Un bloc métallique se comportant comme un milieu semi infini, de température initiale uniforme $T^0 = 20°C$ est brutalement soumis sur une face à un flux thermique surfacique constant $\varphi = 3.10^5\ W/m^2$.

Le bloc a les caractéristiques suivantes : une conductivité thermique $\lambda = 400\ W.m^{-1}.K^{-1}$, une capacité thermique massique $c_{th} = 400\ J.kg^{-1}.K^{-1}$ et une masse volumique $\rho = 9000\ kg.m^{-3}$.

L'étude de la pénétration du flux dans le bloc peut se faire par une approche monodimensionnelle.

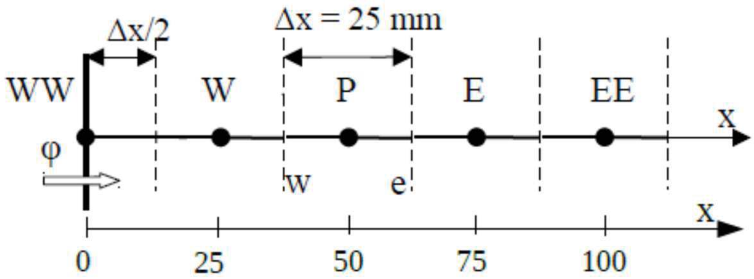


1) On cherche à déterminer la température à **75 mm de profondeur au bout de 60 s**.
On décide pour cela de discrétiser le bord du bloc à l'aide de 5 volumes identiques ($\Delta x = 30$ mm) suivant ce schéma :



On décide de traiter le problème avec **un schéma implicite avec un pas de temps $\Delta t = 12$ s**.
a) Donner le jeu d'équations analytiques ainsi que les matrices analytiques du problème.
b) Donner la valeur numérique des coefficients a, b et c tels que définis en cours et TD.
c) Donner la distribution de températures à t = 60 s.
d) Comparer le résultat à 75 mm avec la solution analytique qui donne à t = 60 s : T = 46,93 °C.

2) On cherche maintenant à déterminer la température **à la surface du bloc (x = 0) au bout de 60 s**.
On discrétise désormais le bloc par un 1/2 volume et 4 volumes identiques (Δx = 25 mm):



On utilise encore **un schéma implicite avec un pas de temps Δt = 12 s.**
a) Donner le nouveau jeu d'équations analytiques ainsi que les matrices analytiques du problème.
b) Donner la valeur numérique actualisée des coefficients a, b et c tels que définis en cours et TD.
c) Donner la distribution de températures à t = 60 s.
d) Comparer le résultat en surface (x = 0) avec la solution analytique qui donne à 60 s : T = 89,1 °C puis comparer la nouvelle valeur à 75 mm avec le travail précédent. Commenter.

SUJET 2

MECANIQUE DES STRUCTURES (10 pts)

Notations : bonne réponse + 1 pt, pas de réponse 0 pt, mauvaise réponse – 1 pt.

1. L'intérêt de passer de la Forme Intégrale Globale à la Forme Intégrale Faible dans la méthode des éléments finis consiste à
   A. diminuer l'ordre maximum des dérivés de la fonction inconnue **u**
   B. augmenter la précision d'approximation de la fonction inconnue **u**
   C. diminuer le nombre d'éléments finis dans le maillage

2. Pour un élément fini de BARRE en traction/compression, l'approximation du déplacement axial est faite par
   A. les fonctions quadratiques
   B. les fonctions cubiques
   C. les fonctions linéaires

3. Pour un élément de POUTRE en flexion simple, l'approximation de la déflection est faite par
   A. les fonctions cubiques
   B. les fonctions linéaires
   C. les fonctions quadratiques

4. Dans l'élément de BARRE en traction/compression,
   A. la contrainte axiale varie de façon linéaire
   B. la contrainte axiale varie de façon quadratique
   C. la contrainte axiale est constante

5. Dans l'élément CST (Constant Strain Triangle) d'élasticité plane,
   A. les contraintes sont constantes
   B. les déplacements sont quadratiques
   C. les déplacements sont constants

6. Dans l'élément LST (Linear Strain Triangle) d'élasticité plane,
   A. les déplacements sont cubiques
   B. les déplacements sont linéaires
   C. les contraintes sont linéaires

7. Dans la convergence de type *p* de la méthode des éléments finis,
   A. le nombre d'éléments augmente
   B. le nombre d'éléments et de degrés de liberté augmentent
   C. le nombre de degrés de liberté augmente

8. Dans la convergence de type *h* de la méthode des éléments finis,
   A. le nombre d'éléments augmente
   B. le degré du polynôme d'approximation augmente
   C. le taille d'éléments augmente

9. Dans la méthode de Gauss d'intégration numérique en 1D, avec g-nombre de points de Gauss, on intègre de façon exacte des polynômes de degré m, où
   A. $m=g$
   B. $m\leq 2g-1$
   C. $m\geq 2g-1$

10. Afin d'effectuer une intégration numérique en 1D par la méthode de Gauss avec 4 points de Gauss, il faut résoudre
    A. un système de 4 équations algébriques
    B. un système de 6 équations algébriques
    C. un système de 8 équations algébriques