

MN52 Final P2022

mardi 21 juin 2022 - 2 heures

PARTIE I SUR COPIE SEPARÉE

Exercice 1 : Poutre encastrée et appuyée - 8 points

Soit une poutre AB encastrée en A et appuyée en B . On suppose la structure élastique et isotrope de module d'Young E constant et de moment quadratique constant I_{Gz} . La poutre est soumise à la répartition linéique triangulaire suivante :

$$0 \leq x \leq L \quad \vec{p}(x) = \frac{fx}{L} \vec{y} \quad (1)$$

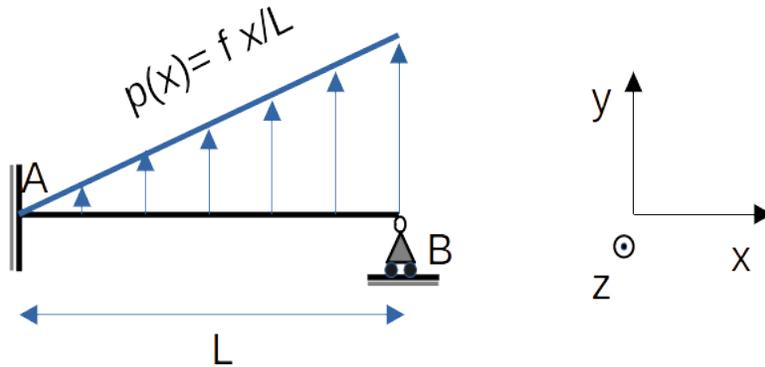


FIGURE 1 – Poutre en flexion avec une répartition linéique $p(x)$

On veut résoudre ce problème de poutre en flexion simple par la méthode des éléments finis. On utilise un élément fini à deux nœuds.

1. Dessiner sur une figure le modèle et la numérotation adoptée. **0.25 point**
2. Préciser sur la figure les inconnues de réactions. **0.25 point**
3. Définir vos vecteurs déplacements nodaux : inconnues aux nœuds. **0.25 point**
4. Donner la matrice de raideur pour l'élément. **0.5 point**
5. Expliquez comment calculer le vecteur force généralisé correspondant au chargement linéique triangulaire entre les points A et B et vérifiez que l'on peut écrire : **1.5 point**

$$[F] = fL \begin{bmatrix} 3/20 \\ L/30 \\ 7/20 \\ -L/20 \end{bmatrix} \quad (2)$$

6. Ecrire le système global. **0.5 point**
7. Introduire les conditions limites et écrire la matrice réduite. **0.5 point**
8. Calculer les inconnues nodales. **1 point**
9. Calculer les réactions d'appuis. **1 point**
10. Vérifier l'équilibre global de la poutre. **0.5 point**
11. Donner l'expression du moment fléchissant tout le long de la poutre AB . **0.75 point**
12. On donne ci-dessous le graphe du moment fléchissant M_f pour $L = 100$ et $f = 1$ dans le système international :

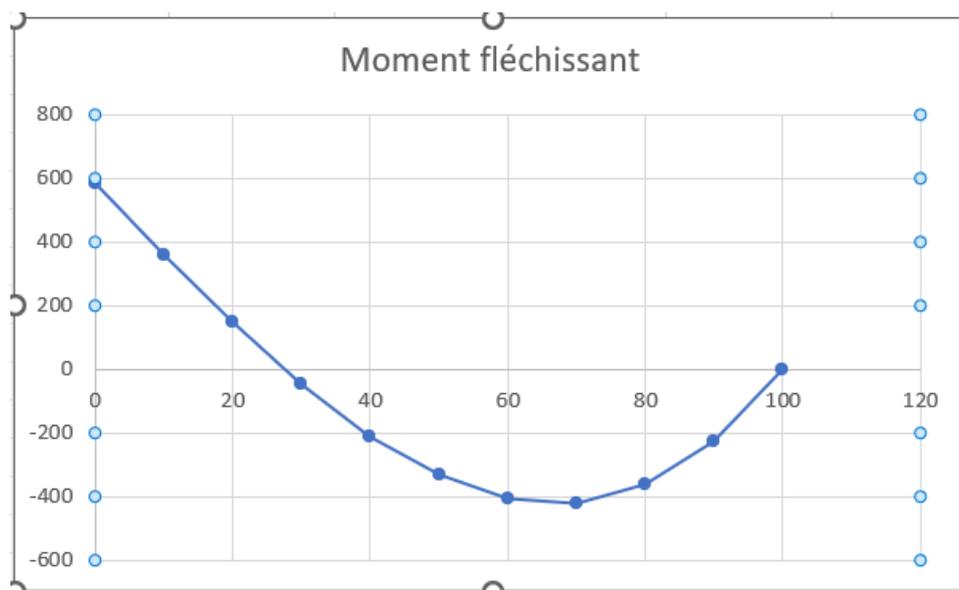


FIGURE 2 – Solution exacte du moment fléchissant

Comparer votre solution élément fini et la solution exacte. **1 point**

NOM :

PRENOM :

Exercice 2 : QCM - 2 points

Pour chacune des questions suivantes, une seule des propositions est exacte. Toute bonne réponse rapport +0.25 point, absence de réponse 0 point et mauvaise réponse -0.25 point.

1. Dans l'élément de barre en traction-compression, pour que le déplacement axial coïncide avec la solution exacte, il faut que les fonctions de forme soient :

- (a) cubiques (b) constantes (c) linéaires (d) quadratiques

2. Dans une barre sollicitée par un chargement réparti constant et maillée par deux éléments de barre en traction-compression :

- (a) les contraintes sont quadratiques
(b) les contraintes sont discontinues
(c) les contraintes sont linéaires
(d) les déplacements sont dérivables

3. En $1D$, l'intégration numérique par la méthode de Gauss avec 3 points d'intégration donne la valeur exacte pour les polynômes de degré :

- (a) supérieur au égal à 3
(b) inférieur au égal à 3
(c) inférieur au égal à 6
(d) inférieur au égal à 5

4. Pour un élément de poutre en flexion simple, une charge répartie est équivalente à une charge nodale qui en chaque nœud donne :

- (a) une force et un moment fléchissant
(b) un moment fléchissant
(c) une force
(d) une force ponctuelle

5. La solution par éléments finis converge, en général, plus rapidement vers la solution exacte quand :

- (a) on augmente le nombre d'éléments finis
(b) on diminue le degré du polynôme d'approximation du champ des déplacements
(c) on diminue le nombre d'éléments finis
(d) on augmente le degré du polynôme d'approximation du champ des déplacements

6. Pour passer de l'élément de référence à l'élément réel, il faut calculer :

- (a) seulement la matrice jacobienne
- (b) seulement la matrice jacobienne et son inverse
- (c) seulement le déterminant de la matrice jacobienne
- (d) la matrice jacobienne, son inverse et son déterminant

7. Dans l'élément CST (Constant Strain Triangle) d'élasticité plane :

- (a) les contraintes sont quadratiques
- (b) les déplacements sont linéaires
- (c) les déplacements sont constants
- (d) les contraintes sont linéaires

8. Avec l'élément PLANE 182 d'ANSYS, l'option PLANE STRAIN permet de modéliser :

- (a) une structure de révolution
- (b) une structure quelconque
- (c) une structure très longue par rapport à sa section
- (d) une structure très longue par rapport à sa section