

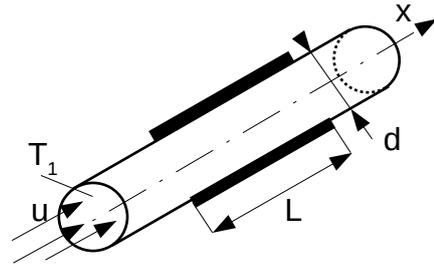
**METHODE DES VOLUMES FINIS EN TRANSFERT THERMIQUE
ET MECANIQUE DES FLUIDES (10 POINTS)**

On considère une conduite de longueur L et de section circulaire constante dans laquelle s'écoule de l'eau. La paroi interne de la conduite a une température constante $T_c = 100^\circ\text{C}$ alors que l'eau est à la température constante $T_1 = 15^\circ\text{C}$ à l'entrée de la conduite.

On souhaite caractériser le réchauffement de l'eau au fur et à mesure de son passage dans le tronçon au contact du manchon de chauffage.

Les données sont :

- longueur $L = 1$ m,
- diamètre $D = 1$ cm,
- coefficient d'échange $h = 4.10^3 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
- conductivité thermique $\lambda = 0,6 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- capacité thermique massique $c_{th} = 4.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- masse volumique $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$,
- vitesse d'écoulement $u = 1 \text{ m.s}^{-1}$,
- sens d'écoulement : suivant l'axe des x .

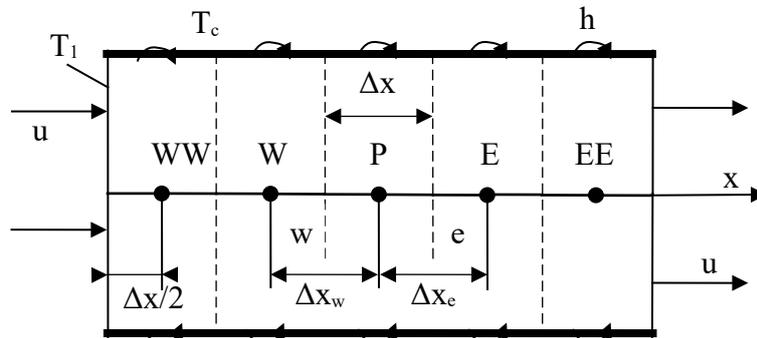


Les conditions sont les mêmes qu'en TD.

On a vu que, dans ce cas, les termes diffusifs étaient négligeables devant les termes convectifs.

Vous pouvez utiliser ce résultat pour l'étude présente.

La conduite sera discrétisée en 5 volumes identiques selon le schéma suivant :



On a pu constater que, dans ce cas, le schéma amont ne donne pas de résultats satisfaisants.

Le but de ce travail est d'envisager des schémas alternatifs au schéma amont au premier ordre pour traiter les termes convectifs.

Dans tous les cas, vous pouvez considérer :

- que $T_w = T_1 = 15^\circ\text{C}$ pour le volume de centre WW,
- un nœud miroir fictif pour exprimer T_c pour le volume de centre EE.

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) On considère un schéma tel que pour les faces e et w du volume de centre i :

$$T_e = T_i + \frac{1}{2}(T_i - T_{(i-1)}) \quad \text{et} \quad T_w = T_{(i-1)} + \frac{1}{2}(T_{(i-1)} - T_{(i-2)})$$

a) Exprimer T_e et T_w pour le volume de centre P.

- b) En déduire l'expression analytique de l'équation bilan pour le volume de centre P que vous exprimerez en fonction du rapport c/a où a est le coefficient des termes convectifs et c celui du terme source.
- c) Écrire les équations analytiques des autres volumes avec les mêmes notations en utilisant les indications données précédemment pour traduire les conditions aux limites.
- d) Mettre le système d'équations sous la forme $[A].[T_i] = [C]$ et donnez l'expression analytique des matrices $[A]$ et $[C]$ en faisant apparaître le rapport c/a .
- e) Donnez l'expression analytique du rapport c/a puis faire l'application numérique.
- f) Déterminer la distribution des températures aux différents nœuds.

2) On considère désormais un schéma tel que pour les faces e et w du volume de centre i :

$$T_e = T_i + \frac{1}{4}(T_{(i+1)} - T_{(i-1)}) \quad \text{et} \quad T_w = T_{(i-1)} + \frac{1}{4}(T_i - T_{(i-2)})$$

Traiter de façon similaire les questions a), b), c), d) et f) avec ce schéma. Le rapport c/a ne change pas.

3) Comparer les résultats obtenus avec ces deux schémas avec ceux fournis par la solution analytique de façon similaire à ce qui est fait en TD :

T_{ww}	T_w	T_p	T_E	T_{EE}
18,33	24,61	30,41	35,76	40,7