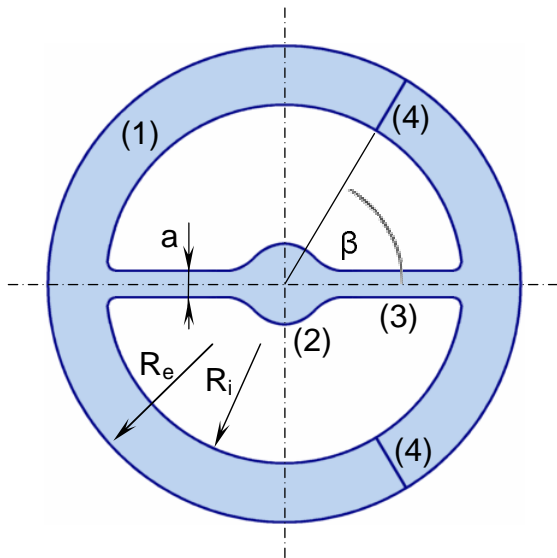


### Contraintes dans une pièce tournante

Durée approximative : 40 min - Documents autorisés



La figure ci-contre représente une roue comportant une jante (1), un moyeu (2) et 2 rayons (3), située dans un plan horizontal et tournant autour d'un axe vertical passant par son centre, à une vitesse  $\omega$  croissante.

Elle est constituée d'un matériau unique de densité  $d$  et son épaisseur  $e$  est uniforme.

Le comportement du matériau est parfaitement fragile (contrainte de rupture égale à la limite d'élasticité).

1 - Pour une certaine vitesse de rotation  $\omega_1$ , 2 ruptures surviennent brutalement dans la jante, en 2 positions symétriques par rapport à l'axe des rayons et faisant avec lui un angle  $\beta$  (4).

La jante est donc séparée en 2 parties, dont les déformations propres seront négligées.

En négligeant également la masse propre des rayons, calculer l'effort de traction supporté par chacun d'eux, pour une vitesse de rotation  $\omega > \omega_1$ .

Pour quelle valeur  $\beta_0$  de l'angle  $\beta$  cet effort est-il maximum ?

Pour cet angle  $\beta_0$ , calculer la contrainte de traction  $\sigma$  dans la partie des rayons dont la section est constante (largeur  $a$ , épaisseur  $e$ ), en fonction de la vitesse de rotation  $\omega$ .

2 - La vitesse de rotation de la roue continue à augmenter.

Si la prochaine rupture intervient dans un des rayons, à quel endroit précisément aura-t-elle lieu et pourquoi ?

Application numérique :

$$d = 7,85 \quad R_e = 350 \text{ mm} \quad R_i = 280 \text{ mm} \quad a = 50 \text{ mm}$$

Calculer la contrainte  $\sigma$  pour  $\omega_2 = 2870 \text{ tr/min}$ .

Sachant que la limite d'élasticité (ou la contrainte de rupture)  $\sigma_R$  du matériau vaut 200 MPa, est-il possible que le rayon supporte l'effort centrifuge du secteur de jante à cette vitesse ?

3 - Les 2 ruptures de la jante se sont produites à la vitesse de rotation  $\omega_1$ , à partir de petits défauts géométriques présents au niveau de sa surface intérieure, de rayon  $R_i$ .

En considérant la jante comme un cylindre à paroi épaisse, calculer la contrainte tangentielle  $\sigma_\theta$  qui existait à cet endroit, avant la rupture, pour des vitesses de rotation  $\omega < \omega_1$ .

(Coefficient de Poisson du matériau :  $\nu = 0,3$ )

Si les ruptures se sont produites à  $\omega_1 = 2770 \text{ tr/min}$ , quel était le coefficient de concentration de contrainte dû à ces défauts ?

4 - Un calcul par éléments finis de la roue est envisagé.

Compte tenu de sa géométrie et de la lenteur des variations de vitesse, ce sera un calcul bidimensionnel et statique (vitesse constante).

Considérant les symétries de la pièce intacte (sans les ruptures (4) ni les petits défauts de la question 3), quelle est la zone minimale à modéliser ?

Quel est le chargement à appliquer et quelles sont les conditions aux limites à imposer ?

Faire un croquis clair de la structure modélisée avec son repère.

Mêmes questions pour la roue modifiée par les 2 ruptures (4) avec un angle  $\beta \neq \pi/2$ .

Mêmes questions avec  $\beta = \pi/2$ .