

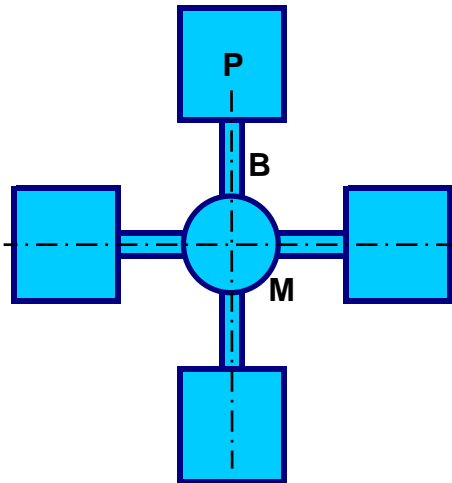
17/04/2007, de 14 h à 16 h
Documents de cours et TD autorisés
2 exercices à rédiger sur 2 copies séparées

Sujet 1 (10 pts)

Considérons un élément 1-D ($0 \leq x \leq L$) de barre, en traction/compression, de longueur L et de **section variable** $A(x)$. L'aire de la section au nœud 1 est A_1 , et au nœud 2 : A_2 . Entre les deux nœuds, **l'aire de la section varie de façon linéaire**. L'élément est sollicité par un chargement axial réparti constant p . On rappelle l'équation différentielle gouvernant le problème

$$E A(x) (d^2u/dx^2) + p = 0, \quad 0 \leq x \leq L$$

- Déterminer la matrice élémentaire de rigidité \mathbf{K}^e de cet élément (en fonction de E , A_1 , A_2 et L). **Pour décrire l'aire de section $A(x)$ utiliser les mêmes fonctions de forme $N_1(x)$ et $N_2(x)$ qui sont utilisées pour l'approximation du déplacement axial $u(x)$.**
- Déterminer le second membre \mathbf{f}^e .
- Considérer une barre de longueur L , encastree à l'extrémité gauche et sollicitée par une force axiale concentrée P à l'extrémité droite. L'aire de la section extrême de gauche est $A_1 = A$ et l'aire de la section extrême de droite est $A_2 = 2A$. Utiliser un seul élément et calculer le déplacement axial à l'extrémité droite de la barre.



Sujet 2 (10 pts)

Modélisation d'une pièce tournante

La figure ci-contre représente un élément d'une machine tournante comportant :

- Un moyeu M cylindrique, centré sur l'axe de rotation, de rayon 10 cm et d'épaisseur 4 cm.
- 4 bras B parallélépipédiques, orientés suivant 2 directions perpendiculaires, de longueur 20 cm (entre le moyeu et les plaques), de largeur 5 cm et d'épaisseur 3 cm (perpendiculairement au plan de la figure).
- 4 plaques P parallélépipédiques avec une face carrée de côté 25 cm et une épaisseur de 4 cm (perpendiculairement au plan de la figure).

Aux jonctions entre le moyeu et les bras et entre les bras et les plaques, il y a de petits rayons de raccordement qui n'apparaissent pas sur la figure.

Tout l'ensemble a été usiné dans une plaque unique, en alliage d'aluminium de densité 2,8.

La pièce tourne dans un plan vertical, autour de son axe de symétrie, qui est horizontal, avec une vitesse de rotation ω .

Il est nécessaire de vérifier sa tenue aux efforts centrifuges.

1. En dessous d'une certaine vitesse de rotation, le poids des différentes parties de la pièce intervient de façon non-négligeable.
Calculer la vitesse ω_0 telle que l'accélération de la pesanteur (égale à $9,81 \text{ m/s}^2$) ne soit plus que de 1 % de l'accélération centrifuge au centre des plaques P.
Dans toute la suite de l'exercice, la vitesse de rotation sera supérieure à ω_0 et le poids sera négligé.
2. Approche analytique.
Calculer simplement les efforts centrifuges auxquels sont soumis les plaques et les bras pour une vitesse de 3595 tr/min.
En déduire la contrainte de traction moyenne dans un bras au niveau de son raccordement avec le moyeu.
Sachant que la limite d'élasticité du matériau de la pièce est de 300 Mpa, cette contrainte est-elle acceptable ? Pourquoi ?
3. Modélisation ANSYS.
Pour un calcul plus précis, on envisage un modèle ANSYS bidimensionnel, sur lequel portent cette question et les suivantes.
Les variations de vitesse étant lentes, seul un calcul statique, à vitesse constante, est nécessaire.
Compte tenu des symétries de la structure et de son chargement (rappel : la vitesse de rotation est telle que le poids peut être négligé), quelle est la zone minimale à mailler ?
La définir clairement par un croquis.
4. Indiquer un élément qui permettra de mailler cette structure, en précisant les éventuelles options et constantes à définir.
5. Quelles sont les conditions aux limites et le chargement à appliquer ?
Préciser les commandes ANSYS qui permettent de traduire ces impositions.
6. Système d'unités.
Toutes les cotes étant connues en cm, on souhaite conserver le cm comme unité de longueur du modèle ANSYS.
Les propriétés du matériau constituant l'ensemble de la pièce sont :
 - Densité : 2,8
 - Module d'Young : 70 GPa
 - Coefficient de Poisson : 0,3Sachant qu'aucune unité n'est spécifiée dans le modèle ANSYS, quels chiffres donnez-vous pour définir les paramètres du matériau : masse volumique, module d'Young et coefficient de Poisson ?
Avec quel chiffre définissez-vous la vitesse de rotation, si elle est égale à 2 fois la vitesse ω_0 calculée à la question 1 ?
Quelles seront alors les unités à affecter aux résultats numériques que donnera ANSYS : forces, contraintes, déformations, déplacements ?
7. Un modèle bidimensionnel de cette structure est-il suffisant ?
Pourquoi ?
Éventuellement, proposer autre chose pour aller plus loin.