

Durée de l'examen : 2 heures

Les notes de Cours, de TD et de TP sur support papier sont autorisées. L'accès à des documents électroniques (via ordinateur portable, téléphone portable etc.) est interdit.

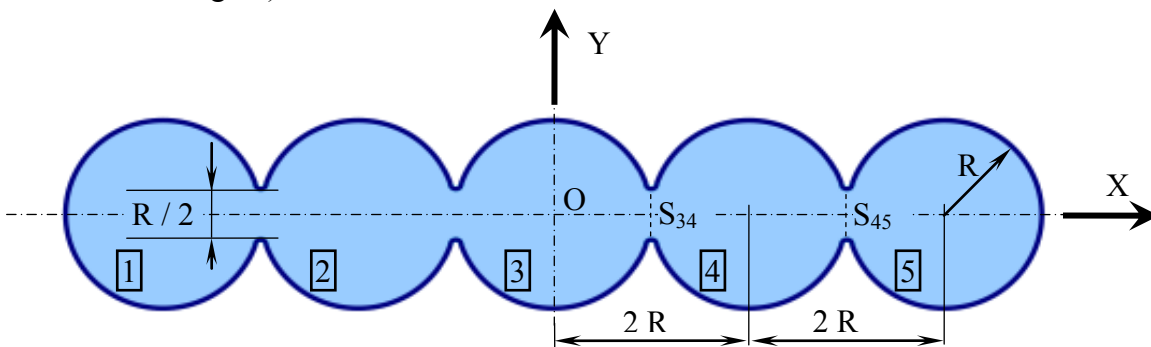
Chacun des trois problèmes du sujet est à rendre sur une feuille séparée.

Problème I - Modélisation d'une pièce tournante (10 points)

La figure ci-dessous représente un élément de machine tournante, en rotation dans le plan XOY, autour du point O, dans le sens trigonométrique.

La vitesse de rotation ω est telle que les effets de la pesanteur peuvent être négligés.

C'est une pièce massive, usinée dans une plaque d'épaisseur constante e , constituée d'un matériau de densité d et de masse volumique ρ , dont la géométrie correspond à la juxtaposition de 5 disques identiques (repérés de 1 à 5 sur la figure).



Un calcul bidimensionnel par éléments finis de cette pièce est envisagé, avec ANSYS.

1. Compte tenu des symétries de la structure et de son chargement, quelle est la zone minimale à mailler ?
La définir clairement par un croquis.

2. Quelles sont les conditions aux limites à prendre en compte ?

Comment ces conditions peuvent-elles être imposées dans ANSYS classic ?

3. Pour ces mêmes conditions aux limites, quel type de support doit-il être imposé dans ANSYS Workbench ?

4. La densité d du matériau est de 2,8, l'unité de longueur choisie est le cm, l'unité de masse est le kg et l'unité de temps est la s.

Dans le menu "Material Models" d'ANSYS classic, quel nombre faut-il indiquer pour le paramètre "Density" ?

5. Un fichier APDL contenant le texte ci-contre est lu par ANSYS.

Tracer exactement la figure qui sera générée.

6. Pour obtenir un calcul précis des contraintes qui apparaissent dans la pièce, la taille des éléments du maillage est-elle indifférente ?

Si non, proposer des conditions à imposer sur la taille des éléments, en les précisant sur un croquis et en indiquant une méthode disponible dans ANSYS Workbench pour obtenir le maillage désiré.

```
/PREP7
! Dessine-moi 3 lignes
R=20
K, 1,
K, 2, 3*R
K, 3, 2*R, R
LSTR, 1, 2
LARC, 3, 2, 1, R
/PNUM, KP, 1
/PNUM, LINE, 1
/EOF
```

Avant d'entreprendre la modélisation avec ANSYS, la tenue de la pièce est évaluée analytiquement.

7. Quels sont les efforts centrifuges qui apparaissent dans chacun des 5 disques composant la pièce en rotation ? Préciser, pour chacun de ces 5 efforts, notés F_1, F_2, F_3, F_4 et F_5 , le point d'application, la direction, le sens et le module en fonction de R, e, ω et ρ .

8. La masse des zones de raccordement entre les disques étant négligée par rapport à celle des disques, quels sont les efforts transmis entre les différents disques ?

Notation : F_{34} est l'effort transmis au disque 3 par le disque 4, F_{45} est l'effort transmis au disque 4 par le disque 5.

Quelles sont les contraintes moyennes $\overline{\sigma}_{34}$ et $\overline{\sigma}_{45}$ induites par ces efforts dans les sections entre les disques (repérées S_{34} et S_{45} sur la figure) ?

9. Application numérique : $R = 20 \text{ cm}$ $d = 2,8$ $\omega = 2500 \text{ tr/min}$. Calculer $\overline{\sigma}_{34}$ et $\overline{\sigma}_{45}$.

10. La limite d'élasticité du matériau $R_e = 300 \text{ MPa}$ sera-t-elle dépassée dans la pièce ?

Problème 2 (mécanique des structures) (6 points)

Considérons un élément triangulaire à 3 nœuds et 2 ddl par nœud (élément CST). On applique une pression linéaire $p(\eta)$ sur le côté 1-3 (voir Fig.1); la valeur de la pression au nœud 1 est p_1 et au nœud 3 est zéro.

- Déterminer l'équation de la pression $p(\eta)$.
- Calculer les forces équivalentes aux nœuds 1 et 3.
- Vérifier si la somme de ces deux forces donne une valeur correcte.

On rappelle les trois fonctions de forme de cet élément: $N_1 = 1 - \xi - \eta$, $N_2 = \xi$, $N_3 = \eta$.

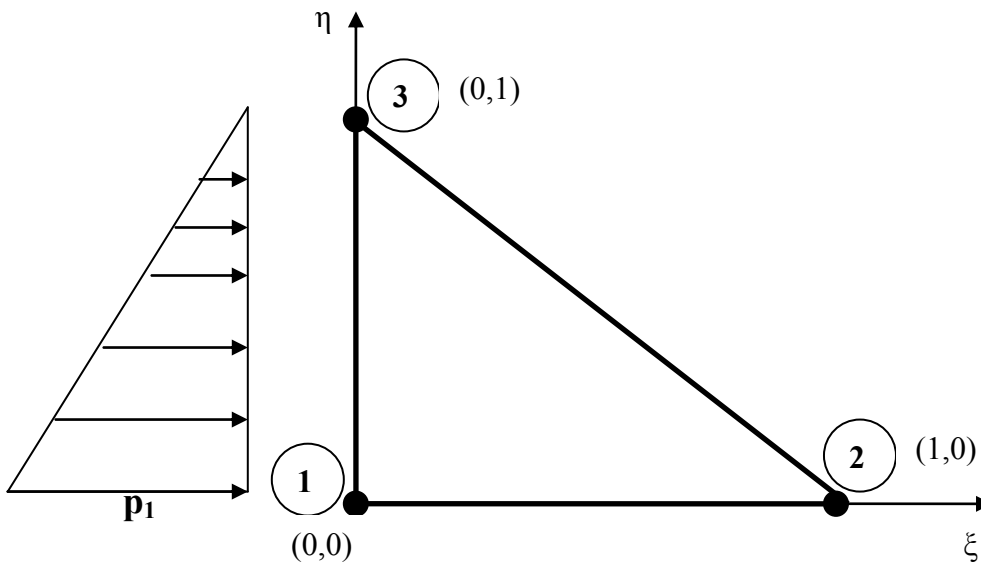


Fig. 1

Problème 3 (mécanique des structures) (4 points)

Déterminer l'équation différentielle pour le déplacement axial $u_x(x)$ d'un élément de barre en traction/compression avec un chargement axial réparti constant dont la densité par unité de longueur est q . La longueur de l'élément est L , l'aire de section A , le module d'Young E .

- Utiliser le calcul des variations et appliquer la condition de stationnarité (minimum) de l'énergie potentielle totale (équation d'Euler-Lagrange).