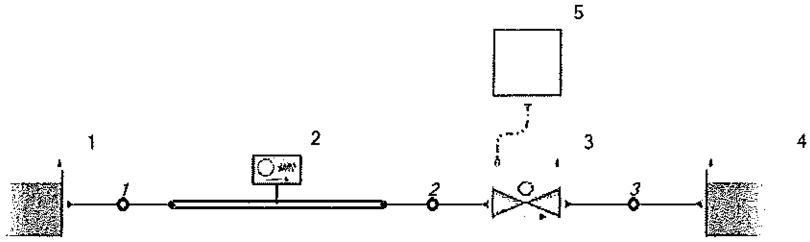
MN55 Examen final– Durée 1h30 Documents autorisés

Partie 1 : Flowmaster (5 points)

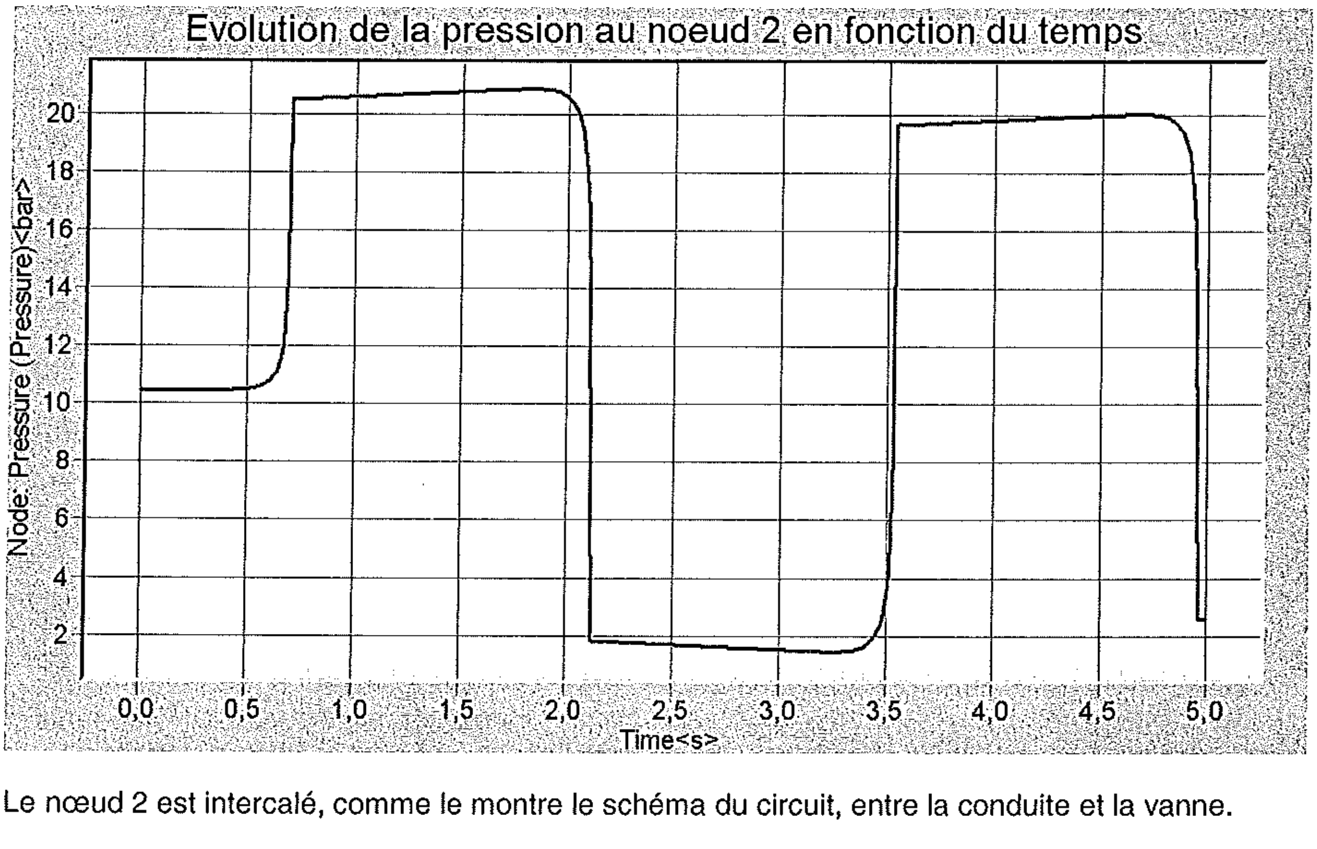


On considère le circuit ci-dessus dans lequel une canalisation (2) de longueur L et de diamètre d relie les réservoirs à niveaux constants (1) et (4). On place en bout de conduite, à l'entrée de (4) une vanne à boisseau sphérique (3).
On s'intéresse au cas où la fermeture de la vanne engendre un coup de bélier dans la canalisation.

1) Répondre brièvement aux questions suivantes :

- D'une façon générale, comment faut-il choisir le pas de temps pour respecter la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) ?
- Quelles variables doit-on considérer pour estimer le caractère « rapide » d'une modification du comportement du circuit (ici, fermeture de la vanne) ?
- Combien d'aller-retour de l'onde de pression faut-il pour que le système revienne à l'état initial (dans le cas d'un fluide parfait) ?

2) Quelles informations donne le graphe suivant ? Commenter.



Le nœud 2 est intercalé, comme le montre le schéma du circuit, entre la conduite et la vanne.

Partie 2 : Ecoulement avec thermique transitoire (15 points).
(barème 3, 5, 2, 5 pour les étapes 1 à 4 respectivement)

Cet exercice ressemble à celui traité lors du dernier TD de MN55 ce semestre. Il diffère néanmoins sur les points suivants :
- Diamètre, vitesse, pas de temps, températures et coefficient d'échange différents
- Schéma de discrétisation temporelle (implicite au lieu de explicite)

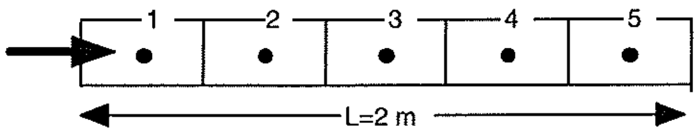
Un fluide (eau) entre initialement à 20°C dans un tube dont la température de paroi à l'intérieur est de 20°C sur toute sa longueur (2 m). La température initiale de l'ensemble est également de 20°C. A partir de t=0s, un changement intervient au niveau de la température d'entrée qui passe à 50°C. Le fluide entrant subit alors un refroidissement (relativement à la température d'entrée) par échange thermique convectif avec la paroi intérieure du tube qui reste maintenue à 20°C.
L'équation qui régit le problème est la suivante :

$$\rho Cp\frac{\partial T}{\partial t}+\rho VCp\frac{\partial T}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial x}\right)=\frac{4h}{d}\left(T_p-T\right) \qquad (1)$$

<u>Propriétés physiques et autres données numériques :</u>
Conductivité thermique: κ=0.6 W.m^{-1}.K^{-1}
Chaleur spécifique : Cp=4000 J.kg^{-1}.°C^{-1}
Masse volumique: ρ=1000 kg.m^{-3}
Longueur : L=2 m
Diamètre : D=10 mm
Vitesse : V=0.5 m.s^{-1}
Coefficient d'échange : h=2250 W.m^{-2}.°C^{-1}
Nombre d'éléments de volume : n=5

Objectif: Déterminer l'évolution transitoire de la température le long du tube en utilisant un schéma de discrétisation spatiale de type amont et un schéma de discrétisation temporelle de type implicite. On réalisera 5 pas de temps de 0.2s pour obtenir la solution au bout de 1 s.

Représentation :



<u>Etapes obligatoires :</u>
1) Vous expliciterez puis calculerez les coefficients principaux intervenants au niveau du système d'équations obtenu en discrétisant l'équation (1) à l'aide de 5 éléments de volume (tel que représenté ci-dessus).
2) Vous mettrez le problème sous la forme :
$$[A][T_{new}]=[B][T_{old}]+[C]$$
où [A] et [B] représentent des matrices de dimension (5,5) (éventuellement vecteurs) et [C] est un vecteur.
Vous expliciterez chacun des coefficients de [A], [B] et [C] en fonction des coefficients retenus au 1)
3) Vous réécrirez le système précédent tout en donnant les valeurs numériques de chacun des coefficients de [A], [B] et [C]
4) Vous résoudrez chacune des 5 itérations