

Les 2 exercices seront préférablement réalisés sur 2 copies différentes.

Exercice 1 : Ecoulement avec thermique transitoire (10 points).

Cet exercice ressemble à celui traité lors du dernier TD de MN55 ce semestre. Toutefois, afin de pouvoir comparer avec la solution FLUENT, nous avons alors utilisé un schéma implicite lors du TD (et ce malgré l'énoncé). Aujourd'hui, vous devrez considérer le cas d'un **schéma explicite**. De plus, certains paramètres diffèrent du cas vu en TD (diamètre, vitesse, pas de temps, températures et coefficient d'échange différents).

Un fluide (eau) entre initialement à 20°C dans un tube dont la température de paroi à l'intérieur est de 20°C sur toute sa longueur (2 m). La température initiale de l'ensemble est également de 20°C. A partir de t=0s, un changement intervient au niveau de la température d'entrée qui passe à 50°C. Le fluide entrant subit alors un refroidissement (relativement à la température d'entrée) par échange thermique convectif avec la paroi intérieure du tube qui reste maintenue à 20°C. L'équation qui régit le problème est la suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho V C_p \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{4h}{d} (T_p - T) \quad (1)$$

Propriétés physiques et autres données numériques :

Conductivité thermique: $\kappa=0.6 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Chaleur spécifique : $C_p=4000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$

Masse volumique: $\rho=1000 \text{ kg.m}^{-3}$

Longueur : $L=2 \text{ m}$

Diamètre : $D=10 \text{ mm}$

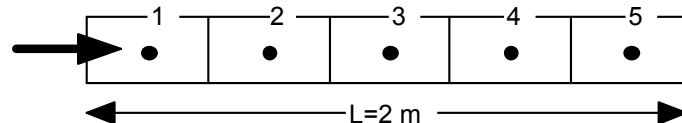
Vitesse : $V=0.5 \text{ m.s}^{-1}$

Coefficient d'échange : $h=2500 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$

Nombre d'éléments de volume : $n=5$

Objectif: Déterminer l'évolution transitoire de la température le long du tube en utilisant un schéma de discrétisation spatiale de type **amont** et un schéma de discrétisation temporelle de type **explicite**. On réalisera 5 pas de temps de 0.2s pour obtenir la solution au bout de 1 s.

Représentation :



Etapes obligatoires :

- 1) Vous explicitez puis calculez les coefficients principaux intervenants au niveau du système d'équations obtenu en discrétisant l'équation (1) à l'aide de 5 éléments de volume (tel que représenté ci-dessus).
- 2) Vous mettez le problème sous la forme :

$$[T_{new}] = [A][T_{old}] + [B]$$
 où [A] correspond à une matrice (5,5) et [B] est un vecteur.
 Vous explicitez chacun des coefficients de [A] et [B] en fonction des coefficients retenus au (1)
- 3) Vous réécrivez le système précédent tout en donnant les valeurs numériques de chacun des coefficients de [A] et [B].
- 4) Vous résolvez chacune des 5 itérations

Merci de changer de feuille

Exercice 2 : Ecoulement avec thermique en stationnaire (10 points).

Cet exercice ressemble à celui traité lors d'une séance de TD de MN55 ce semestre. Toutefois, le schéma de discrétisation des termes convectifs sera différent.

Un fluide (eau) entre à 50°C dans un tube dont la température intérieure de paroi est de 20°C sur toute sa longueur (2 m). Le fluide entrant subit un refroidissement par échange thermique convectif avec la paroi intérieure du tube maintenue à 20°C (idem exercice 1).

L'équation qui régit le problème est la suivante :

$$\rho V C_p \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \frac{4h}{d} (T_p - T) \quad (2)$$

Propriétés physiques et autres données numériques : Idem partie 1.

Objectif: Déterminer le profil stationnaire de température le long du tube en utilisant le schéma de discrétisation spatiale FROMM correspondant à la fonction d'interpolation suivante :

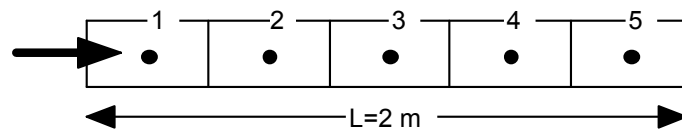
$$B(r) = \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}$$

Rappel :

$$T_{23} = T_2 + \frac{1}{2}B(r)(T_2 - T_1) \text{ avec } r = \frac{(T_3 - T_2)}{(T_2 - T_1)}$$

Vous utiliserez une hypothèse d'extrapolation sur la sortie.

Représentation :



Etapes obligatoires :

- 1) Les coefficients seront repris de l'exercice 1.
- 2) Vous exprimerez tout d'abord T_{23} en fonction de T_1 , T_2 et T_3 pour le schéma FROMM.
- 3) Vous mettrez le problème sous la forme :

$$[A][T] = [B]$$

où $[A]$ est une matrice (5,5) et $[B]$ est un vecteur.

Vous explicitez chacun des coefficients de $[A]$ et $[B]$ en fonction des coefficients retenus au (1) : ces coefficients sont identiques à ceux utilisés dans l'exercice 1 mais bien sûr le terme transitoire n'est pas utilisé.

- 4) Vous réécrivez le système précédent tout en donnant les valeurs numériques de chacun des coefficients de $[A]$ et $[B]$.
- 5) Vous résoudrez pour déterminer le profil de température le long du tube