

Mécanique des fluides – Source de production

Problématique : Ecoulement réactif transitoire dans un tube.

On souhaite étudier l'évolution transitoire de la concentration d'un constituant à l'intérieur d'un tube.

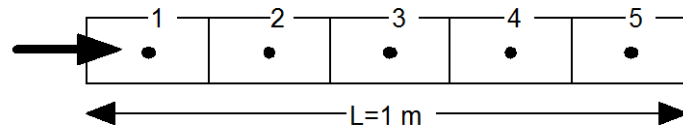
Initialement, l'écoulement intérieur est déjà établi et la concentration du constituant est uniforme (valeur de 0.2 en tout x).

A l'entrée du tube, la concentration du constituant en question reste à 0.2 à tout moment.

Tout au long du tube, à partir de t=0s, on a une production de ce composant si bien que l'équation de transport associée est la suivante :

$$\rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho V \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D \frac{\partial C}{\partial x} \right) = S(C)$$

Avec $S(C) = S_0 * (1 - C)$ où S_0 est une constante.



Objectif :

Déterminer l'évolution transitoire de la concentration du constituant suivant l'axe x du tube.

On considérera 5 éléments de volumes.

Données :

Longueur du tube : 1 m.

Diamètre du tube : 20 mm.

Masse volumique: $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$.

Coefficient de diffusion : $D=10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$.

Terme de production : $S_0=40 \text{ kg.m}^{-3}.\text{s}^{-1}$.

Vitesse de l'écoulement : $V=10 \text{ mm.s}^{-1}$.

Spatialement, vous utiliserez le schéma amont pour discrétiser le terme convectif.

Au niveau temporel, vous utiliserez un schéma implicite.

Le problème sera mis sous la forme :

$$\left[\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right] A \left[\begin{array}{c} C_{1n} \\ C_{2n} \\ C_{3n} \\ C_{4n} \\ C_{5n} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right] B \left[\begin{array}{c} C_{1o} \\ C_{2o} \\ C_{3o} \\ C_{4o} \\ C_{5o} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right] D$$

Où [A] représente une matrice 5x5 et [B] et [D] sont 2 vecteurs de dimension 5.

Vous explicitez les termes de [A], [B] et [D] en fonction de quelques coefficients que vous aurez pris le temps de définir.

Vous réaliserez ensuite 5 pas de temps de 2 s pour obtenir la solution à 10 s.

Remarque :

Pour simplifier les termes de la matrice, on pourra prendre une section unitaire au lieu de πR^2 .