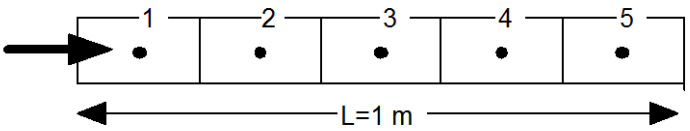
MN55 Examen final – Durée 1h30 Documents autorisés

Mécanique des fluides – Source de production en régime transitoire

Problématique : Ecoulement réactif transitoire dans un tube.
On souhaite étudier l'évolution transitoire de la concentration d'un constituant à l'intérieur d'un tube.
Initialement, l'écoulement intérieur est déjà établi et la concentration du constituant est uniforme (valeur de 0.3 en tout x).
A l'entrée du tube, la concentration du constituant en question reste à 0.3 à tout moment.
Tout au long du tube, à partir de t=0s, on a une production de ce composant si bien que l'équation de transport associée est la suivante :

$$\rho\frac{\partial C}{\partial t}+\rho V\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho D\frac{\partial C}{\partial x}\right)=S(C)$$

Avec $S(C)=S_0*(0.8-C)$ où S_0 est une constante.



Objectif :
Déterminer l'évolution transitoire de la concentration du constituant suivant l'axe x du tube.
On considérera 5 éléments de volumes.

Données :
Longueur du tube : 1 m.
Diamètre du tube : d=10 mm.
Masse volumique: ρ=1000 kg/m^3.
Coefficient de diffusion : D=10^{-3} m^2/s.
Terme de production : S_0=50 kg.m^{-3}.s^{-1}.
Vitesse de l'écoulement : V=20 mm.s^{-1}.

Spatialement, vous utiliserez le schéma amont pour discrétiser le terme convectif.
Au niveau temporel, vous utiliserez un schéma implicite.
Le problème sera mis sous la forme :

$$\begin{bmatrix} & A & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{1n}\\ C_{2n}\\ C_{3n}\\ C_{4n}\\ C_{5n}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} & B & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} C_{1o}\\ C_{2o}\\ C_{3o}\\ C_{4o}\\ C_{5o}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} & D & \end{bmatrix}$$

Où [A] représente une matrice 5x5 et [B] et [D] sont 2 vecteurs de dimension 5.
Vous expliciterez les termes de [A], [B] et [D] en fonction de quelques coefficients que vous aurez pris le temps de définir.
Vous réaliserez ensuite 5 pas de temps de 4 s pour obtenir la solution à 20 s.

Remarque :
Pour simplifier les termes de la matrice, on pourra prendre une section unitaire au lieu de πR^2.