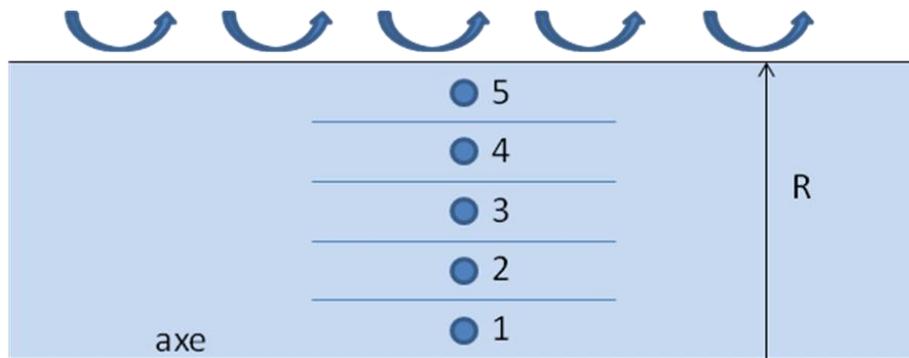


**Exercice 2 :** Refroidissement d'un cylindre par convection (15 pts).



Un cylindre long (que vous considérez donc comme infiniment long) de diamètre 50 mm (soit un rayon 25 mm) est initialement préchauffé à une température de 50°C (température homogène). A  $t=0$  s, ce cylindre est plongé dans un liquide dont la température est de 15°C (température constante durant le refroidissement du cylindre). Le cylindre subit alors un refroidissement par convection sur sa surface extérieure (coefficient d'échange  $h=1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$ ).

Votre objectif est de déterminer l'évolution du profil radial de température dans le cylindre au cours du temps :

- Vous utiliserez 5 éléments de volume de dimension constante suivant le rayon
- Vous utiliserez un schéma de discrétisation de type explicite ou implicite (à vous de choisir) avec un pas de temps de 1 s et vous réaliserez 5 pas de temps, de sorte à obtenir la température après 5 s de refroidissement.

Tous les coefficients seront divisés par  $\pi$  et vous utiliserez une longueur unitaire ( $L=1\text{m}$ ).

De par l'hypothèse de cylindre long, les flux sur les 2 extrémités du cylindre seront négligés.

Vous utiliserez les coefficients de référence  $c_1=(\rho \cdot V_1 \cdot C_p)/\Delta t$  et  $a_{12}=(\kappa \cdot S_{12})/\Delta R$

Où  $V_1=\pi \cdot (\Delta R^2) \cdot L$  et  $S_{12}=2 \cdot \pi \cdot \Delta R \cdot L$ .

Suivant le schéma choisi, le système sera mis sous la forme :

$$A \begin{bmatrix} T_{1,N} \\ T_{2,N} \\ T_{3,N} \\ T_{4,N} \\ T_{5,N} \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} T_{1,o} \\ T_{2,o} \\ T_{3,o} \\ T_{4,o} \\ T_{5,o} \end{bmatrix} + C$$

Ou

$$A' \begin{bmatrix} T_{1,N} \\ T_{2,N} \\ T_{3,N} \\ T_{4,N} \\ T_{5,N} \end{bmatrix} = B' \begin{bmatrix} T_{1,o} \\ T_{2,o} \\ T_{3,o} \\ T_{4,o} \\ T_{5,o} \end{bmatrix} + C$$

Où les coefficients de [A] et [B] seront exprimés notamment en fonction de  $c_1$  et  $a_{12}$ .

**Données :**

Masse volumique du matériau :  $\rho=8000 \text{ kg/m}^3$

Chaleur spécifique :  $C_p=400 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$

Conductivité thermique :  $\kappa=10 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$

Coefficient d'échange convectif :  $h=1000 \text{ W.m}^{-2}.\text{°C}^{-1}$

**Exercice 1** : Partie FLOWMASTER (5 pts)

On considère un pipeline qui transporte du pétrole de masse volumique  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ .

1) On s'intéresse aux conséquences d'un éventuel coup de bélier dans un tronçon d'une longueur de 5 km, de diamètre constant  $D = 0,3 \text{ m}$  situé en amont d'une vanne fermée en 2 s.

On suppose que la célérité de l'onde de pression est de 1200 m/s.

a) Y a-t-il dans ce cas risque de coup de bélier ?

b) On décide, pour y voir plus clair d'effectuer une simulation avec un pas de temps de 0,2 s et un pas de grille de 150 m. Qu'en pensez-vous ?

2) Le pétrole transporté a un module d'élasticité volumique  $\varepsilon = 1,32 \text{ GPa}$ .

a) Quel est la célérité effective de l'onde de pression ?

b) On envisage, pour ce tronçon, deux hypothèses :

- le tronçon est en acier ( $E = 210 \text{ GPa}$ ), posé sur le sol et l'épaisseur de la tôle est de 4 mm,

- le tronçon toujours en acier est enterré et l'épaisseur de la tôle est, dans ce cas, de 9 mm.

Déterminer pour chaque cas le pas de grille correspondant à un CFL de 0,9 (valeur par défaut de Flowmaster) pour une simulation avec un pas de temps de 0,2 s en sachant que la vitesse d'écoulement  $u$  est négligeable devant la célérité.