

# Final

Durée : 2 h

Document autorisé : Seule une page manuscrite est autorisée

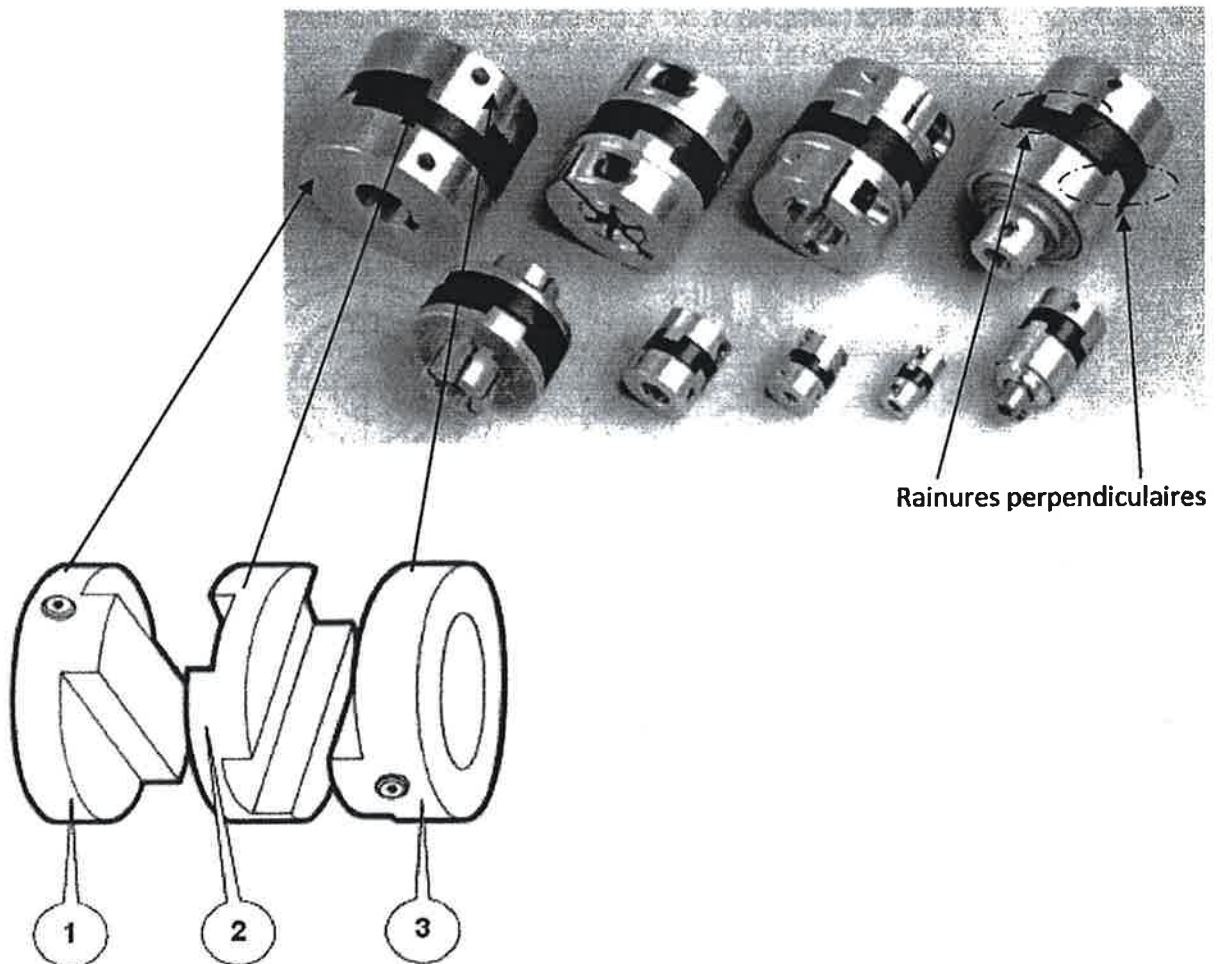
Dossiers à rendre :

Dossier A : DR1 et DR2

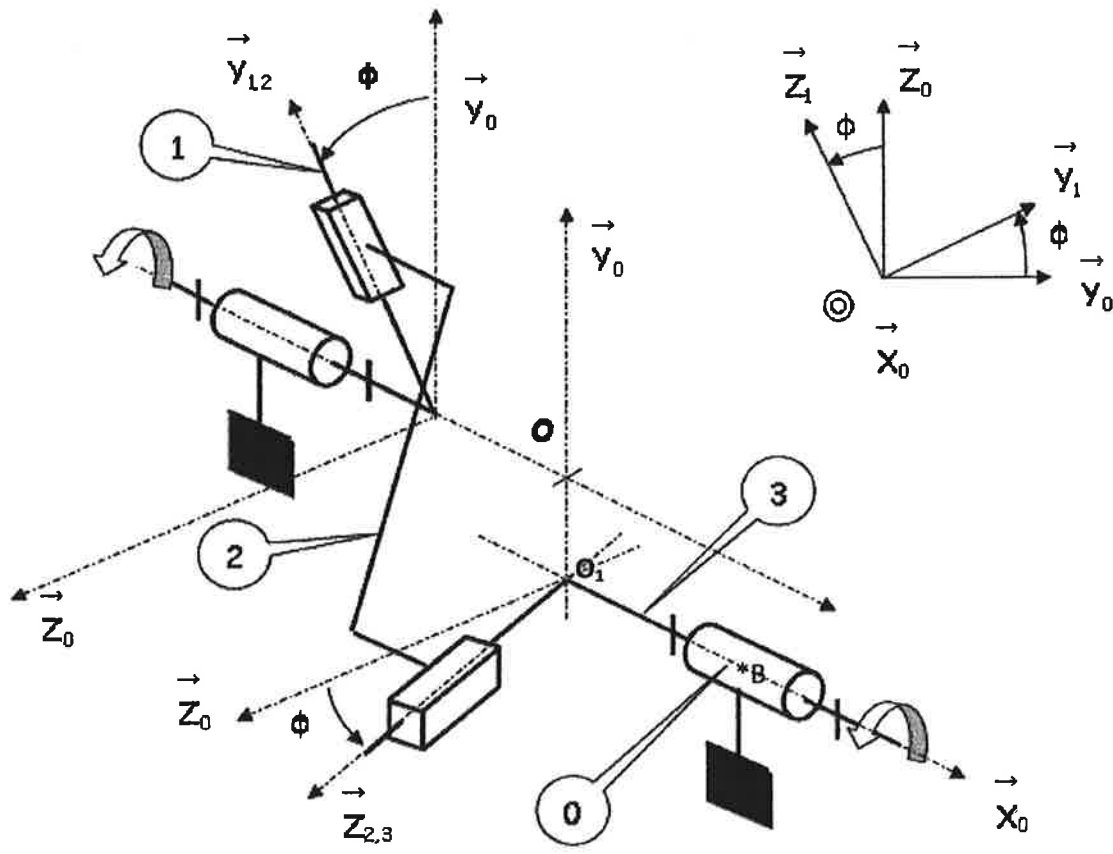
Dossier B : uniquement DR3

## Première partie : Joint de Oldham (12 points)

La photo, la vue éclatée et le schéma cinématique ci-dessous représentent un joint de transmission de type « Oldham ». L'objectif de celui-ci est de transmettre une puissance entre deux arbres parallèles mais non alignés. Il est constitué de deux couronnes 1 et 3, solidaires par pincement de leur arbre respectif, munies de languettes venant coulisser dans des rainures perpendiculaires exécutées dans la couronne intermédiaire 2 (en noire sur les photos)



**Schéma cinématique :**



**Paramétrage :**

Soit  $b_0$  la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au référentiel galiléen  $Ro(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  attaché au bâti 0;

Soit  $b_1$  la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié à l'arbre 1, on repère l'orientation de 1 par rapport au bâti 0 par l'angle  $\Phi$   $(\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  ;(voir figure de calculs ci-dessus)

Soit  $b_2$  la base  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  lié à 2 avec  $\vec{y}_2$  confondu avec  $\vec{y}_1$  d'où l'axe  $\vec{y}_{12}$  sur le schéma cinématique

Soit  $b_3$  la base  $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  lié à 3 avec  $\vec{z}_3$  confondu avec  $\vec{z}_2$  d'où l'axe  $\vec{z}_{2,3}$  sur le schéma cinématique

De plus nous avons les axes  $\vec{y}_{12}$  et  $\vec{z}_{2,3}$  normaux par construction.

Données :

$\overline{O_1O} = e \vec{y}_0$  avec  $e$  : l'entr'axe (décalage) entre les arbres 1 et 3 ;

$\overline{O_1B} = d \vec{x}_0$  avec  $d$  : déport de la liaison  $L_{03} / Ro$ .

**Travail à effectuer :**

1°) **Compléter** le graphe des liaisons du document-réponses 1, DR1

2°) **Compléter** les torseurs cinématiques du DR1

3°) **Ecrire** les équations cinématiques sur DR1

4°) **En déduire** la mobilité  $m$  ainsi que le degré d'hyperstatisme  $h$  du mécanisme ; **les écrire** sur DR2

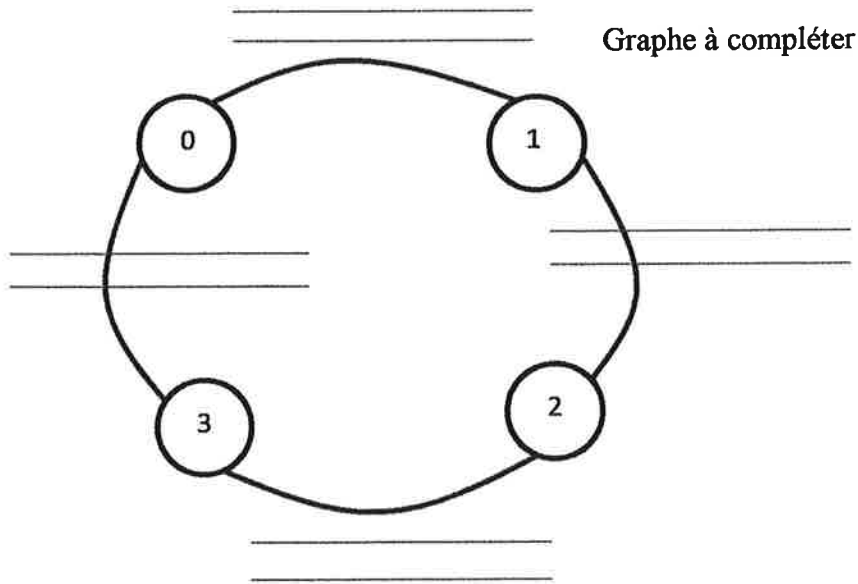
5°) le joint de Oldham est-il homocinétique ? **Répondre** sur DR2.

On veut rendre le mécanisme isostatique ; pour cela on se propose de remplacer la liaison  $L_{03}$  actuelle par une liaison linéaire annulaire de centre B et d'axe  $(B, \vec{x}_0)$

6°) **Donner** l'expression du nouveau torseur cinématique de cette liaison. **Compléter** le document DR2.

7°) **En déduire** les nouvelles équations cinématiques. **Les écrire** sur DR2

8°) **Déterminer** les nouvelles valeurs de la mobilité et du degré d'hyperstatisme. **Les écrire** sur DR2 et **conclure** quant à notre choix de cette nouvelle liaison.



Torseurs cinématiques à compléter :

$$\{v_{L_{10}}\}_0 = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} ; \quad \{v_{L_{21}}\}_0 = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

$$\{v_{L_{32}}\}_0 = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

$$\{v_{L_{03}}\}_{0_1} = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \rightarrow \{v_{L_{03}}\}_0 = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Ecriture des équations cinématiques :

---



---



---



---

Mobilité :  $m =$  \_\_\_\_\_

Degré d'hyperstatisme :  $h =$  \_\_\_\_\_

Le joint de Oldham est-il homocinétique ? Justifiez.

---

---

---

Expression du nouveau torseur cinématique :

$$\{v_{L03}\}_B = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \rightarrow \{v_{L03}\}_0 = \begin{Bmatrix} - \\ - \\ - \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

Expression des nouvelles équations cinématiques :

---

---

---

---

---

---

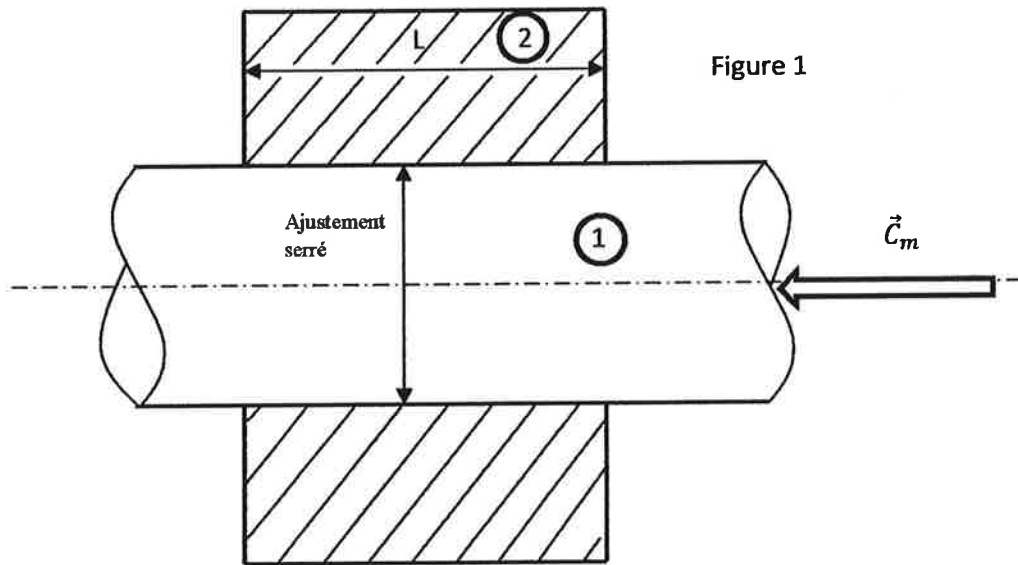
Nouvelle mobilité :  $m =$  \_\_\_\_\_

Nouveau degré d'hyperstatisme :  $h =$  \_\_\_\_\_

Conclusion : \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**Deuxième partie : Transmission de couple par frettage (8 points)**

La figure plane ci-dessous représente l'assemblage par frettage (ajustement serré) de l'arbre 1 avec un manchon épais 2.



L'objectif de cette étude est de déterminer le couple moteur maximal transmissible par l'arbre 1 au manchon 2. Pour cela on isole le tronçon de l'arbre 1 en contact avec le manchon 2 et l'on recherche le torseur des efforts transmissible de 2 sur 1, soit :  $\{T_{2 \rightarrow 1}\}_o = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{o,2 \rightarrow 1} \end{array} \right\}$  ; on vérifie aisément que  $\vec{R}_{2 \rightarrow 1} = \vec{0}$  ; il ne vous reste donc qu'à déterminer  $\vec{M}_{o,2 \rightarrow 1}$ .

**Travail à effectuer :**

9°) **Choisir**, en entourant la bonne proposition, si l'on est dans le cas d'une étude liée à l'adhérence ou au frottement. **Justifiez** puis **citer** les conjectures émises afin de résoudre notre problème; **Répondre** sur DR3.

10°) La figure 2 page 7 représente la surface de contact en perspective entre l'arbre 1 et le manchon 2. **Compléter** la figure plane de DR3 afin de positionner les vecteurs unitaires  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$ .

11°) **Exprimer**  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  dans la base  $(\vec{x}\vec{y}\vec{z})$  ; **répondre** sur DR3

12°) **Donner** l'expression de  $dS$ . **L'écrire** sur DR3.

13°) On émet l'hypothèse que la densité de force normale est *constante* et égale à  $p_0$  sur toute la surface de contact, **déterminer** puis **exprimer** sur DR3 :

$$\{T_{2 \rightarrow 1}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_{O,2 \rightarrow 1} \end{array} \right\} \text{ en fonction des paramètres : } p_0, f, R \text{ et } S_c \text{ avec}$$

$S_c$  : surface de contact entre l'arbre 1 et le manchon 2.

14°) **Application numérique** : la théorie des parois épaisses (qui n'est pas au programme de MQ21) nous permet d'obtenir, en fonction de l'ajustement du frettage, la densité de force normale  $p_0$  exercée au contact de l'arbre et de l'alésage.

Pour les valeurs suivantes :  $p_0 = 390 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ;  $f = 0,15$  ;  $R = 25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  et

$L = 0,05 \text{ m}$  ; **calculer** le couple transmissible maximal ; **l'écrire** sur DR3

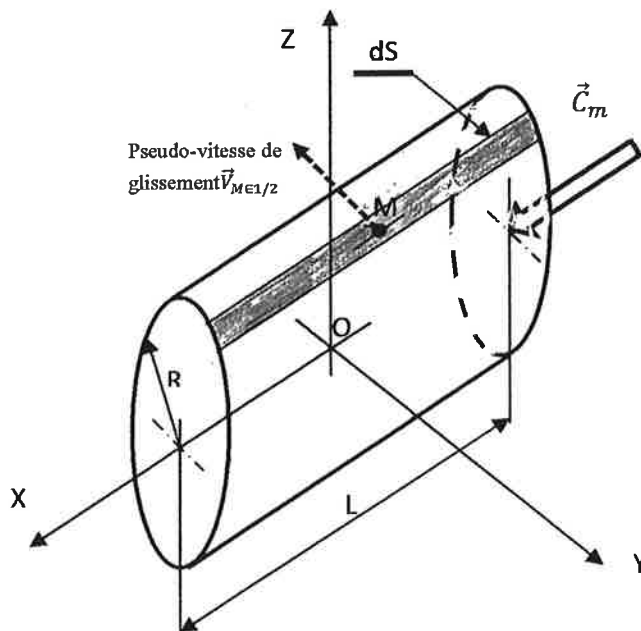


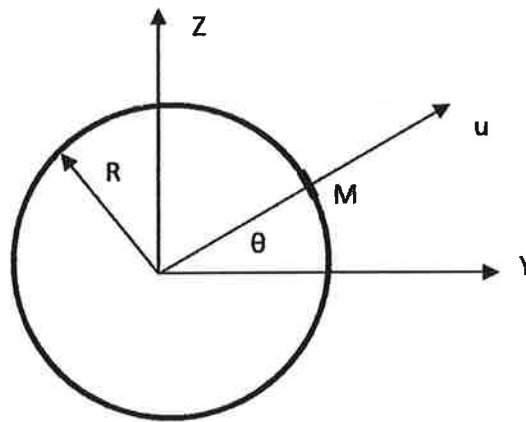
Figure 2

Proposition à entourer : adhérence ou frottement

Justification : \_\_\_\_\_

Conjectures émises : \_\_\_\_\_

Figure à compléter : mise en place de  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$



Expression de  $\vec{n}$  et  $\vec{t}$  dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  :

$\vec{n} =$  \_\_\_\_\_

$\vec{t} =$  \_\_\_\_\_

Expression des : \_\_\_\_\_

$$\{T_{2 \rightarrow 1}\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{2 \rightarrow 1} = \vec{0} \\ \vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1} = \underline{\hspace{10em}} \end{array} \right\}$$

Couple maximal transmissible :  $\|\vec{M}_{O, 2 \rightarrow 1}\| =$  \_\_\_\_\_