utbm
université de technologie
Belfort-Montbéliard

Date : Lundi 27 Juin 2011

UV : **MQ22** Semestre : AUTOMNE ☐ **PRINTEMPS** ☒

EXAMEN : MEDIAN ☐ **FINAL** ☒

NOM : Prénom : Né(e) le :

DEPARTEMENT :

NIVEAU : FILIERE :

Le sujet est composé de 3 exercices totalement indépendants.

Pont Erasme à Rotterdam

Signature :

Feuille A4 manuscrite
Calculatrice autorisée

Exercice n°1

On considère le treillis plan hyperstatique représenté ci-dessous. On note E le module d'Young du matériau et S la section des barres.

Les liaisons avec le bâtiment sont :

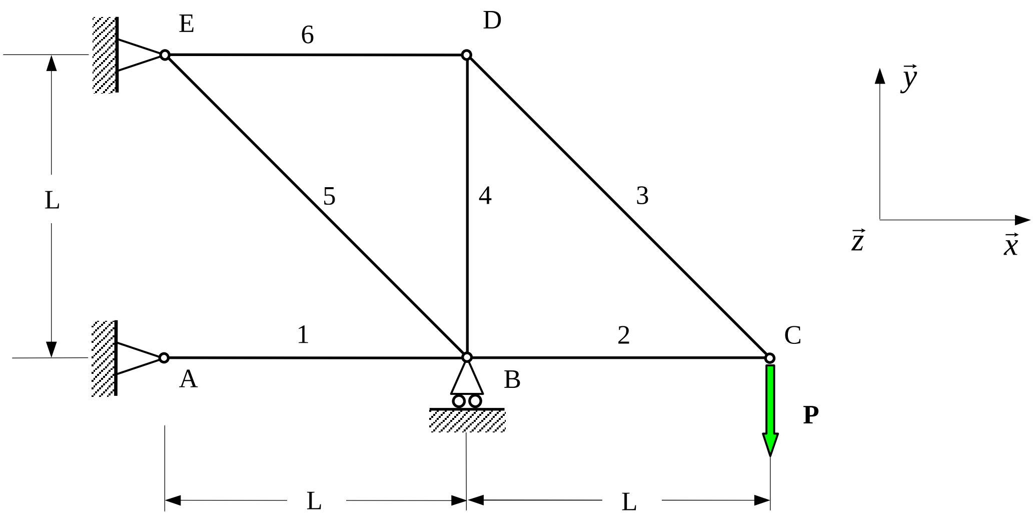
- une articulation en A et une articulation en E,
- un appui simple en B.

Le chargement est représenté par une charge P appliquée au nœud C.

Hypothèses retenues :

- les articulations sont sans frottement,
- le poids propre des barres est négligeable devant le chargement appliqué,
- on note N_i les efforts normaux dans les barres avec :

  $N_i > 0$ (traction) $N_i < 0$ (compression)



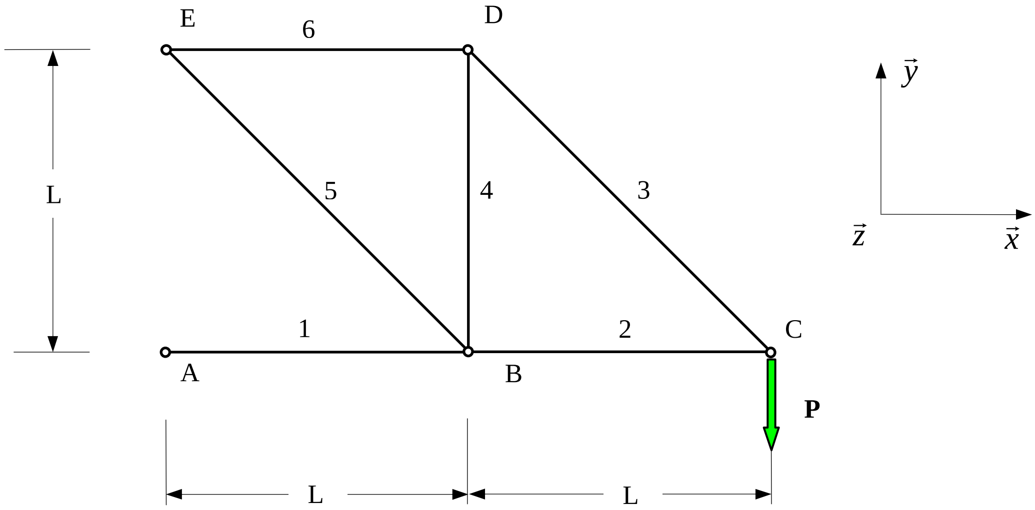
1- Calculer les actions de liaison avec le bâtiment en A, B et E.
On notera :

$$\{Bâtiment \rightarrow treillis\} = {}_A\{X_A \vec{x}\ ;\ \vec{0}\}$$

$$\{Bâtiment \rightarrow treillis\} = {}_B\{Y_B \vec{y}\ ;\ \vec{0}\}$$

$$\{Bâtiment \rightarrow treillis\} = {}_E\{X_E \vec{x} + Y_E \vec{y}\ ;\ \vec{0}\}$$

Représenter les efforts de liaison avec le bâtiment et écrire les trois équations d'équilibre du treillis.
On écrira l'équation de moment au point E.
On gardera X_A comme inconnue hyperstatique.

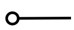


X_E =	Y_E =	Y_B =

(en fonction de X_A et de P)

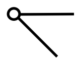
2- Représenter les actions des barres sur les nœuds, écrire les équations d'équilibre des nœuds et calculer les efforts Ni en fonction de X_A, X_E et Y_E. **On ne remplacera pas** X_E et Y_E par leur valeur trouvée à la question précédente.

21 - Nœud A : Exprimer N_1



N_1 =

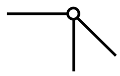
22 - Nœud E : Exprimer N_5 et N_6



$N_5 =$

$N_6 =$

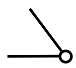
23- Nœud D : Exprimer N_3 et N_4



$N_3 =$

$N_4 =$

24- Nœud C : Exprimer N_2



$N_2 =$

25 – Calculer les efforts N_i dans les barres en fonction de X_A et de P

$N_1 =$	$N_2 =$	$N_3 =$
$N_4 =$	$N_5 =$	$N_6 =$

3- Energie de déformation élastique U du treillis.

Exprimer U en fonction des efforts dans les barres $N_i(X_A, P)$, **sans les remplacer par leur valeur.**

$$U = \frac{L}{2ES}\left[\qquad \right]$$

4- Calcul de l'inconnue hyperstatique X_A par le théorème de Ménabréa

Expression :	

$X_A =$ P

5- Calcul du déplacement vertical v_C du noeud C

51- Exprimer les efforts N_i dans les barres en fonction de P

$N_1 =$ P	$N_2 =$ P	$N_3 =$ P
$N_4 =$ P	$N_5 =$ P	$N_6 =$ P

52- Calculer l'énergie de déformation élastique U en fonction de P

$U = \quad \dfrac{P^2L}{ES}$

53- Calculer le déplacement vertical v_C du nœud C par le théorème de Castigliano

Expression :	$v_C =$

$v_C = \quad \dfrac{PL}{ES}$

6- Calcul du coefficient de sécurité du treillis

61- Calculer la contrainte équivalente maximale $\sigma_{\text{équi. maxi}}$
On utilisera le critère de TRESCA
Rappeler l'expression des efforts dans les barres en fonction de P

$N_1 =$ P	$N_2 =$ P	$N_3 =$ P
$N_4 =$ P	$N_5 =$ P	$N_6 =$ P

$\sigma_{\text{équi. maxi}} =$

62- En déduire l'expression du coefficient de sécurité n_e du treillis
On note : σ_e la limite élastique du matériau

$n_e =$

7- Application numérique

Les barres de section S sont des tubes ronds de diamètre extérieur D_e et d'épaisseur e. On donne : P = 15 kN, L = 1 m, D_e = 50 mm et e = 1,5 mm
E = 210 GPa, σ_e = 240 MPa.

71- Calculer l'aire S de la section droite de ces tubes

S = mm^2

72- Calculer le déplacement v_c du point C

$v_c =$ mm

73- Calculer la contrainte équivalente maximale $\sigma_{\text{équi. maxi}}$

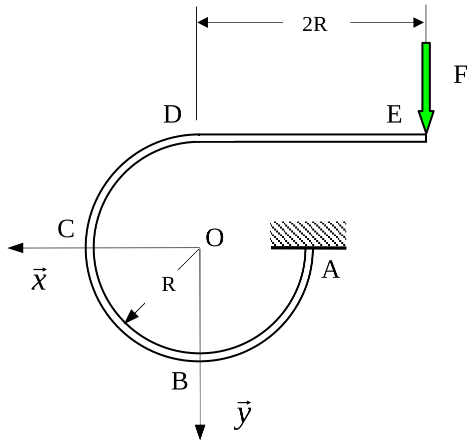
$\sigma_{\text{équi. maxi}} =$ MPa

74- Calculer le coefficient de sécurité n_e

$n_e =$

Exercice n°2

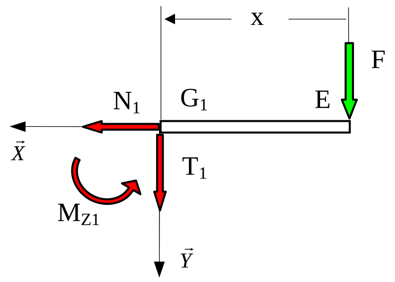
On considère la poutre plane représentée ci-dessous.
Elle est parfaitement encastrée avec un bâti fixe en A et supporte un charge concentrée F à son extrémité libre E.



On ne retient pour les calculs que le seul moment fléchissant M_z.
La poutre a un module de rigidité à la flexion EI_{GZ} constant qui sera noté EI.

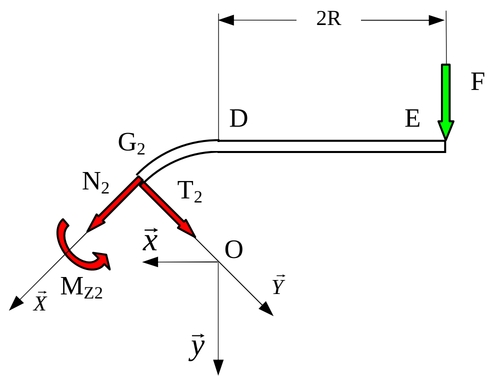
1- Déterminer l'expression du moment de flexion M_Z dans la poutre

11- Déterminer, en fonction de F et de x l'expression du moment de flexion M_{Z1} en G_1 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre D et E) $\overrightarrow{EG_1} = x\vec{X} \quad (0 \le x \le 2R)$

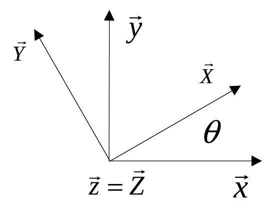


$M_{Z1} =$

12- Déterminer, en fonction de F, R et θ l'expression du moment de flexion M_{Z2} en G_2 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre D et A).



$\left(0 \le \theta \le \frac{3\pi}{2}\right)$



$M_{Z2} =$

2- Déterminer le déplacement $\overrightarrow{\Delta E}$ de la section de centre E par la deuxième formule de Bresse appliquée entre les points A et E

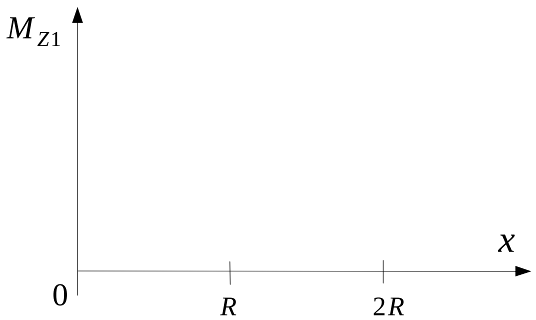
On notera : $\overrightarrow{\Delta E} = \Delta E_x \; \vec{x} + \Delta E_y \; \vec{y}$

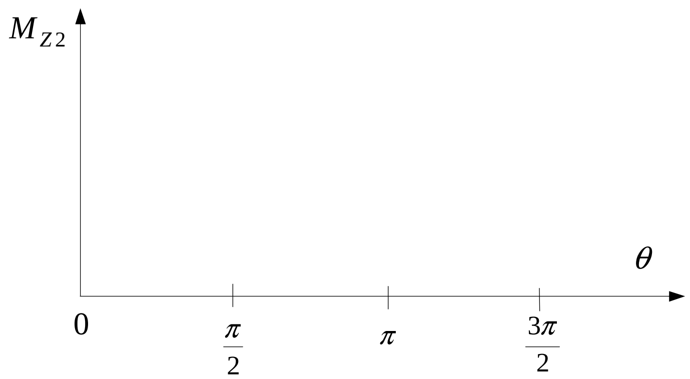
$$\boxed{\Delta E_x = \qquad \frac{FR^3}{EI}}$$

$$\boxed{\Delta E_y = \qquad \frac{FR^3}{EI}}$$

3- Etude des contraintes

31- Tracer les diagrammes des moments de flexion M_{Z1} et M_{Z2}.

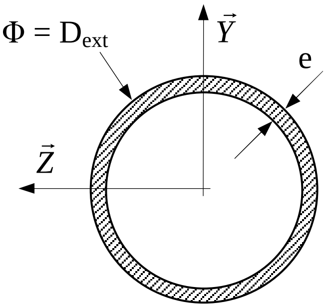




32- En déduire la section la plus sollicitée de la structure

Section de centre :

33- Les poutres sont des tubes ronds de diamètre extérieur D_{ext} et d'épaisseur e.
Donner l'expression de la contrainte normale maximale σ_{max}.
Indiquer sur la figure ci-contre le ou les points qui supportent σ_{max}.



σ_{max} =

4- Application numérique.
On donne : D_{ext} = 80 mm, e = 3 mm, I_{GZ} = 53,87 cm^4
E = 210 GPa, R = 0,5 m, F = 1 kN et σ_e = 320 MPa.
Calculer :

41- Les composante ΔE_x et ΔE_y du déplacement du point E

ΔE_x = mm

ΔE_y = mm

42- La contrainte maximale σ_{max}

σ_{max} = MPa

43- Contrainte équivalente $\sigma_{équi}$

$\sigma_{équi}$ = MPa

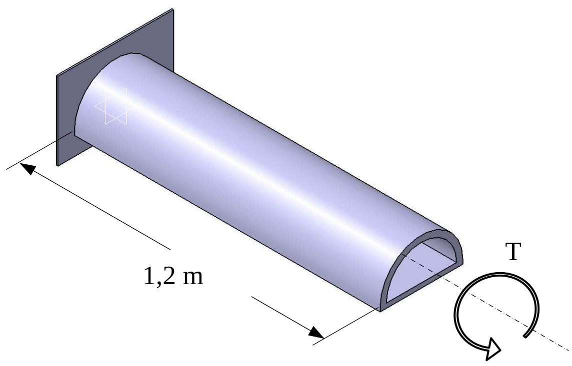
44- Le coefficient de sécurité de la structure

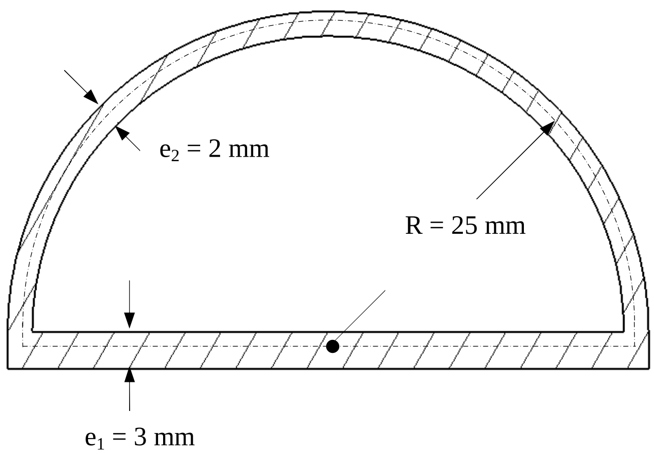
n_e =

Exercice n°3

Un tube mince en aluminium de longueur L = 1,2 m a la section semi-circulaire représentée ci-dessous.
Ce tube est parfaitement encastré avec un bâti fixe à l'une de ses extrémités et est sollicité par un couple de moment T à son autre extrémité.
Le matériau a un module de Coulomb G = 28 GPa et une contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$ = 40 MPa.

On néglige les concentrations de contraintes dans les coins de la section.





Section droite du tube

1- Déterminer l’expression du moment de torsion M_t dans le tube.

$M_t =$

2- Déterminer le moment maximum du couple applicable au tube si la contrainte de cisaillement ne doit dépasser la contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{\text{max adm}}$.

21 - Rappeler l’expression de la contrainte de cisaillement moyenne τ dans un tube mince sollicité en torsion,

$\tau =$

22 - Déterminer l’expression de la contrainte de cisaillement moyenne maximale τ_{max} dans la section du tube,

$\tau_{\text{max}} =$

23 - Déterminer l’expression de l’aire A_m de la surface à l’intérieur de ligne moyenne de la section du tube,

$A_m =$

24 - Déterminer l’expression du moment maximum du couple T_{max} qu’on peut appliquer au tube,

$T_{max} =$

25 - Calculer numériquement T_{max}.

$T_{max} =$ N.m

3- Déterminer l'angle de torsion du tube

31 - Rappeler l'expression de l'angle de torsion α d'un tube mince,

$\alpha =$

32 - Déterminer l'expression du pseudo moment quadratique noté J de la section du tube,

$J =$

33 - Déterminer l'expression de l'angle de torsion α du tube,

$\alpha =$

34 - Calculer numériquement avec le moment du couple $T = T_{max}$.

- l'aire A_m de la surface à l'intérieur de ligne moyenne,

$A_m =$ mm^2

- le pseudo moment quadratique noté J,

$J =$ mm^4

- l'angle de torsion noté α.

$\alpha =$ °