Date : Lundi 25 Juin 2012

UV : **MQ22** Semestre : AUTOMNE ☐ **PRINTEMPS** ▩

EXAMEN : MEDIAN ☐ **FINAL** ▩

NOM : Prénom : Né(e) le :

DEPARTEMENT :

NIVEAU : FILIERE :

Le sujet est composé de 3 exercices totalement indépendants.

Passerelle « Le Cadran Solaire » à Redding (Californie)

Signature :

Feuille A4 manuscrite
Calculatrice autorisée

Exercice n°1

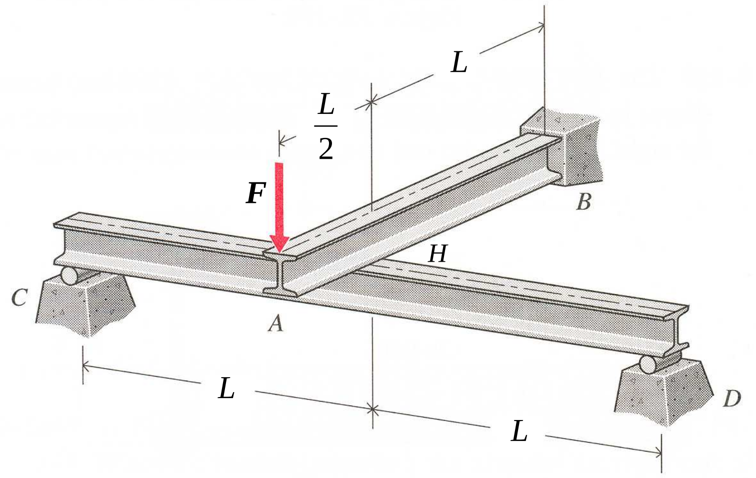
On considère le système représenté ci-dessous constitué de deux poutres droites (AB) et (CD).

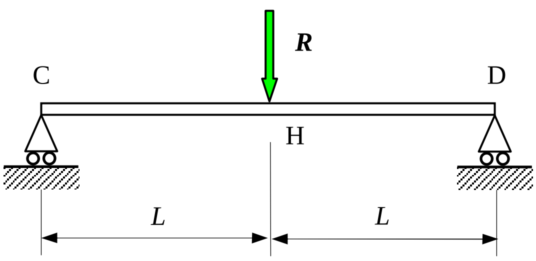
La poutre (AB) est parfaitement encastrée avec un bâti fixe en B et supporte une charge concentrée *F* à son autre extrémité A. Elle est réalisée au moyen d'un profilé *IPE 100* de module de rigidité à la flexion constant EI_{GZ} noté EI_{AB}.

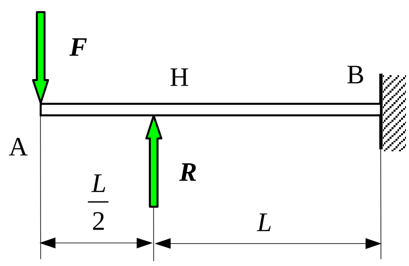
La poutre (CD) est en appuis simples parfaits avec le bâti à chacune de ses extrémités C et D. Elle est réalisée au moyen d'un profilé *IPE 120* de module de rigidité à la flexion constant EI_{GZ} noté EI_{CD}.

Enfin la poutre (AB) repose en H par un appui simple parfait sur la poutre (CD). Lorsque la poutre (AB) n'est pas chargée ($F = 0$), les deux poutres sont en contact en H mais l'action de contact notée *R* est nulle.

On ne retient pour les calculs que le seul moment de flexion M_Z.



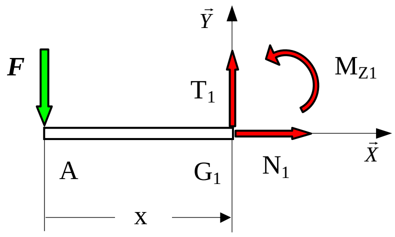




1- Déterminer l'expression du moment de flexion M_Z dans les poutres (AB) et (CD).

11- Déterminer l'expression du moment de flexion M_{Z1} en G_1 (centre de la section droite du profilé de la poutre (AB) entre A et H).

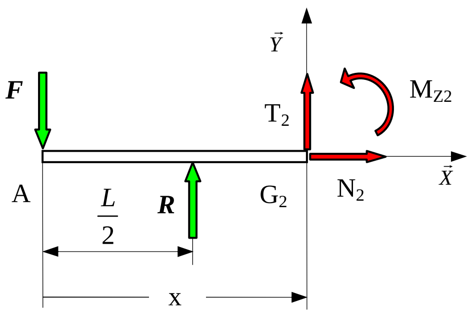
$$\overrightarrow{AG_1} = x\vec{X} \quad \left(0 \le x \le \frac{L}{2}\right)$$



M_{Z1} =

12- Déterminer l'expression du moment de flexion M_{Z2} en G_2 (centre de la section droite du profilé de la poutre (AB) entre H et B).

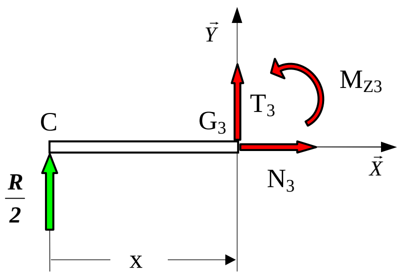
$$\overrightarrow{AG_2} = x\vec{X} \quad \left(\frac{L}{2} \le x \le \frac{3L}{2}\right)$$



M_{Z2} =

13- Déterminer l'expression du moment de flexion M_{Z3} en G_3 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre C et H).

$$\overrightarrow{CG_3} = x\vec{X} \quad (0 \le x \le L)$$



M_{Z3} =

Remarque : Le système est hyperstatique de degré 1. On retient l'action de contact *R* entre les poutres (AB) et (CD) comme inconnue hyperstatique.

2- Energie de déformation élastique U du système.

21- Déterminer, *sans la calculer*, l'expression de l'énergie de déformation élastique notée U_{AB} de la poutre (AB).

$$U_{AB} = \frac{1}{2EI_{AB}}\left[\qquad\qquad\qquad\qquad \right]$$

22- Déterminer, *sans la calculer*, l'expression de l'énergie de déformation élastique notée U_{CD} de la poutre (CD).

$$U_{CD} = \frac{1}{2EI_{CD}}\left[\qquad\qquad\qquad\qquad \right]$$

23- En déduire, *sans la calculer*, l'expression de l'énergie de déformation élastique notée U du système composé des poutres (AB) et (CD)

$$U = \frac{1}{2EI_{AB}}\left[\qquad\qquad\qquad\qquad \right] + \frac{1}{2EI_{CD}}\left[\qquad\qquad\qquad\qquad \right]$$

3- Calculer l'inconnue hyperstatique *R* par le théorème de Ménabréa

Expression :	

$$\boxed{R = \qquad\qquad\qquad\qquad F}$$

4- Exprimer R en fonction de F. On donne : $I_{AB} = 171$ cm^4, $I_{CD} = 318$ cm^4,

R = *F*

5- Calculer le déplacement vertical v_A du centre A de la section d'extrémité de la poutre (AB).

51- Rappeler les expressions des moments de flexion M_{Z1}, M_{Z2} et M_{Z3} en fonction de F.

M_{Z1} = F	M_{Z2} = F	M_{Z3} = F

52- Calculer l'énergie de déformation élastique U du système en fonction de F.
On donne : L = 1 m, E = 210 GPa, $I_{AB} = 171$ cm^4, $I_{CD} = 318$ cm^4,

$U =$ F^2

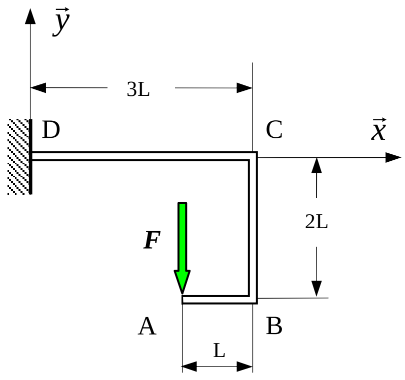
53- Calculer le déplacement vertical v_A du point A par le théorème de Castigliano.

Expression :	$v_A =$

On donne : F = 7 kN

$v_A =$ *mm*

Exercice n°2



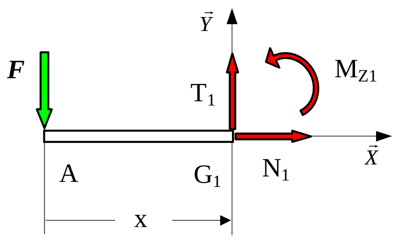
On considère la poutre plane représentée ci-contre.
Elle est parfaitement encastrée avec un bâti fixe en D et supporte un charge concentrée *F* à son extrémité libre A.

On ne retient pour les calculs que le seul moment fléchissant M_z.
La poutre a un module de rigidité à la flexion EI_{GZ} constant qui sera noté EI.

1- Déterminer l'expression du moment de flexion M_Z dans la poutre.

11- Déterminer l'expression du moment de flexion M_{Z1} en G_1 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre A et B).

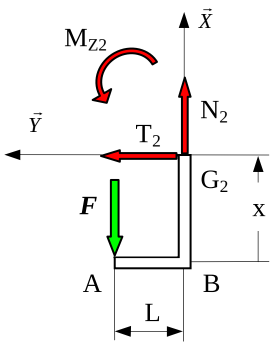
$\overrightarrow{AG_1} = x\vec{X} \quad (0 \le x \le L)$



$M_{Z1} =$

12- Déterminer le moment de flexion M_{Z2} en G_2 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre B et C).

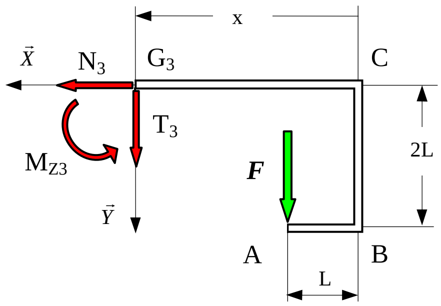
$\overrightarrow{BG_2} = x\vec{X} \quad (0 \le x \le 2L)$



$M_{Z2} =$

13- Déterminer le moment de flexion M_{Z3} en G_3 (centre de la section droite du profilé de la poutre entre C et D).

$$\overrightarrow{CG_3} = x\vec{X} \quad (0 \leq x \leq 3L)$$



M_{Z3} =

2- Déterminer le déplacement $\overrightarrow{\Delta A}$ de la section de centre A par la deuxième formule de Bresse appliquée entre les points D et A.

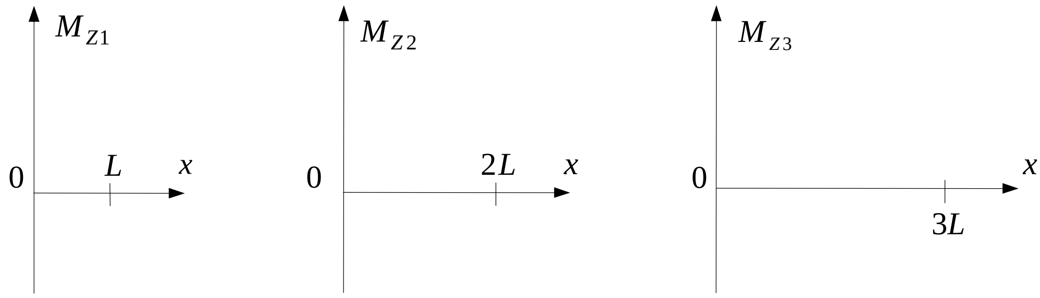
On notera : $\overrightarrow{\Delta A} = \Delta A_x \ \vec{x} + \Delta A_y \ \vec{y}$

$$\boxed{\Delta A_x = \qquad \frac{FL^3}{EI}}$$

$$\boxed{\Delta A_y = \qquad \frac{FL^3}{EI}}$$

3- Etude des contraintes.

31- Tracer les diagrammes des moments de flexion M_{Z1}, M_{Z2} et M_{Z3}.



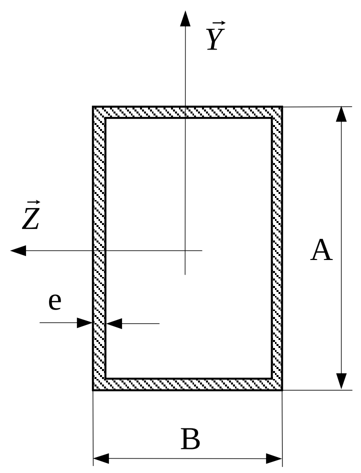
32- En déduire la section la plus sollicitée de la poutre.

Section de centre :

33- La poutre (ABCD) est réalisée au moyen d'un tube rectangulaire de largeur B, de hauteur A et d'épaisseur e.

Donner l'expression de la contrainte normale maximale σ_{max}.

Indiquer sur la figure ci-dessous le ou les points qui supportent la contrainte σ_{max}.



σ_{max} =

4- Application numérique.

On donne : L = 1 m, A = 150 mm, B = 100 mm, e = 4 mm,
I_{GZ} = 746,5 cm^4, E = 210 GPa, F = 10 kN et σ_e = 295 MPa.

Calculer :

41- Les composante ΔA_x et ΔA_y du déplacement du point A.

ΔA_x = mm

ΔA_y = mm

42- La contrainte maximale σ_{max}.

σ_{max} = MPa

43- Contrainte équivalente $\sigma_{équi}$.

$\sigma_{équi}$ = MPa

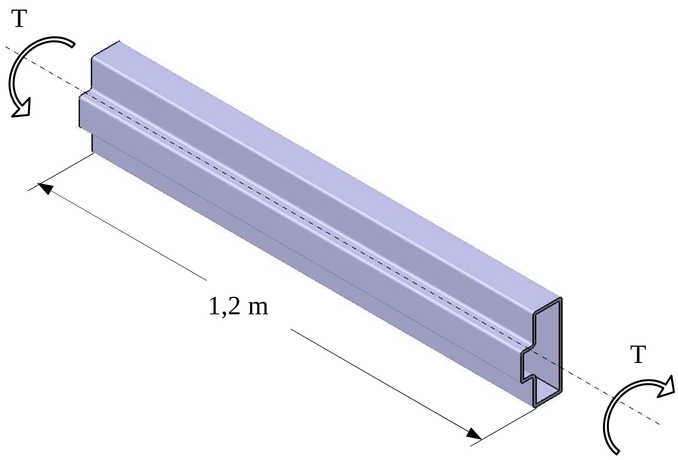
44- Le coefficient de sécurité à la limite élastique de la poutre.

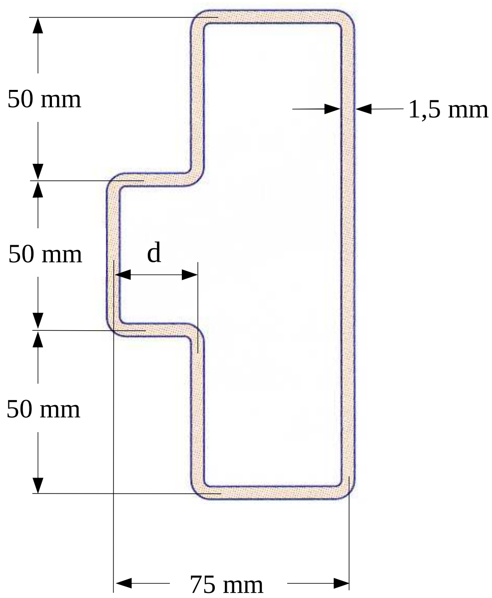
n_e =

Exercice n°3

Un tube mince de longueur L = 1,2 m a la section droite représentée ci-dessous.
Ce tube est soumis à chacune de ses extrémités à un couple T = 140 N.m.
Le matériau a un module de Coulomb G = 28 GPa et une contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$ = 5,2 MPa.

Déterminer la valeur minimale de la cote d de telle sorte que la contrainte de cisaillement moyenne ne dépasse pas la contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$.





Section droite du tube

(Les dimensions sont relatives à la ligne moyenne)

1- Déterminer la valeur minimale de la cote d (voir section droite du tube) si la contrainte de cisaillement ne doit dépasser la contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{\text{max adm}}$.

11 - Déterminer le moment de torsion M_t dans le tube en fonction de T.

M_t =

11 - Rappeler l'expression de la contrainte de cisaillement moyenne τ dans un tube mince sollicité en torsion.

τ =

12 - Déterminer l'expression de l'aire A_m de la surface à l'intérieur de ligne moyenne de la section du tube en fonction de d.
(On négligera dans les calculs les congés et les arrondis de la ligne moyenne)

A_m = mm²

13 - Déterminer la valeur minimale de la cote d.

d = mm

2- Déterminer l’angle de torsion du tube

21 - Rappeler l’expression de l’angle de torsion α entre les deux extrémités d’un tube mince de section constante et de longueur L.

α =

22 - Calculer le pseudo moment quadratique noté J de la section du tube,

J = mm^4

23 - Calculer l’angle de torsion α du tube,

α = °