Date : Mardi 23 Juin 2015

UV : **MQ22** Semestre : AUTOMNE ☐ **PRINTEMPS** ☒

EXAMEN : MEDIAN ☐ **FINAL** ☒

NOM : Prénom : Né(e) le :

DEPARTEMENT :

NIVEAU : FILIERE :

Le sujet est composé de 3 exercices totalement indépendants.

TOUS LES RESULTATS SERONT JUSTIFIES

INFINITY BRIDGE
Stockton-on-Tees

Signature :

Feuille A4 manuscrite
Calculatrice autorisée

UTBM_P2015_Final MQ22

Exercice n°1

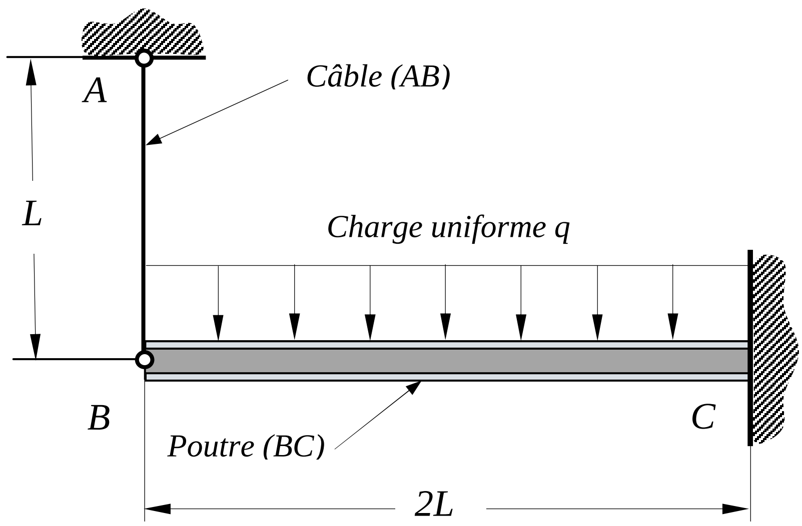
On considère la structure plane constituée d'une poutre droite *(BC)* de longueur $2L$ et d'un câble *(AB)* de longueur L.

Le câble *(AB)*, de section circulaire d'aire S_1, est en liaison pivot avec le bâti fixe en A et en liaison pivot avec la poutre *(BC)* en B.
La poutre *(BC)*, un profilé *IPE* de moment quadratique I_{GZ2} noté I_2, est en liaison encastrement en C avec le bâti fixe.
Le câble *(AB)* et la poutre *(BC)* sont en acier de module d'Young E.
La poutre *(BC)* supporte sur toute sa longueur une charge uniforme q.

Toutes les liaisons sont parfaites et le poids propre du câble *(AB)* et de la poutre *(BC)* est négligeable devant le chargement appliqué.

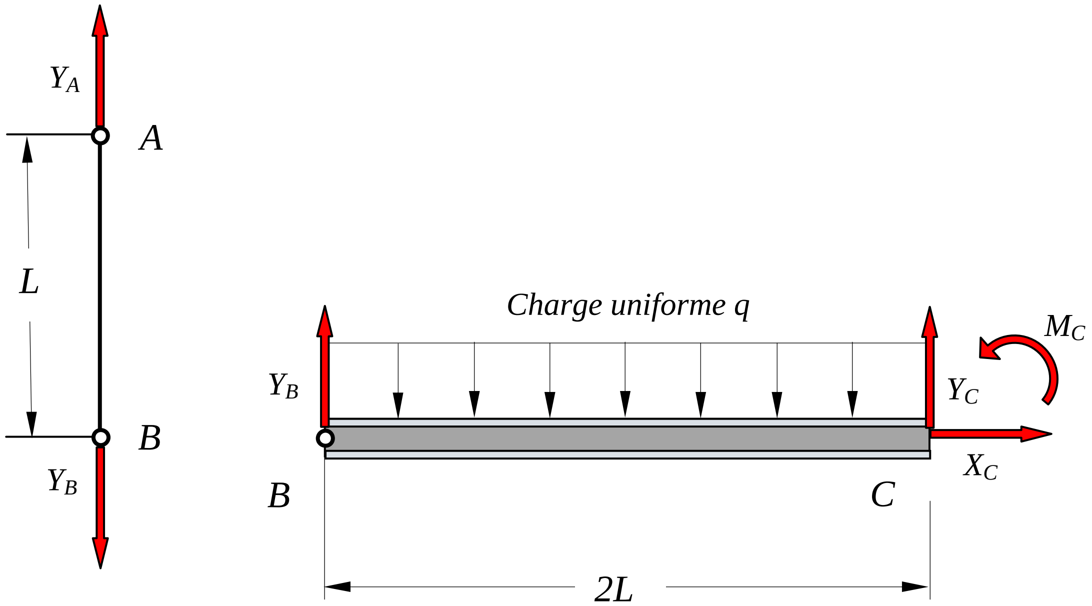
Avant application de la charge uniforme q, le câble *(AB)* n'est ni tendu ni lâche.

On retient pour les calculs l'effort normal N_1 dans le câble *(AB)* et le moment de flexion Mz_2 dans la poutre *(BC)*.



1- Déterminer le degré d'hyperstaticité de la structure

11- On isole le câble *(AB)* et la poutre *(BC)*.



12- Ecrire l'équation d'équilibre du câble *(AB)*

= 0

13- Ecrire les trois équations d'équilibre de la poutre *(BC)*

= 0	= 0	= 0

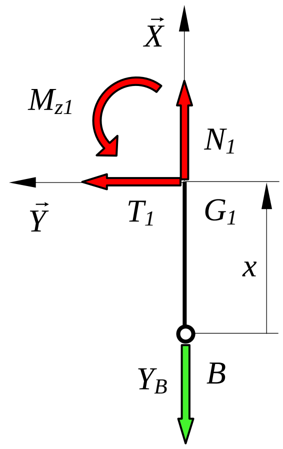
(Equation de moment en C)

14- On décide de garder Y_B comme inconnue hyperstatique
Exprimer les composantes des actions de liaisons suivantes en fonction de Y_B, L et q.

M_C =	X_C =	Y_C =
Y_A =		

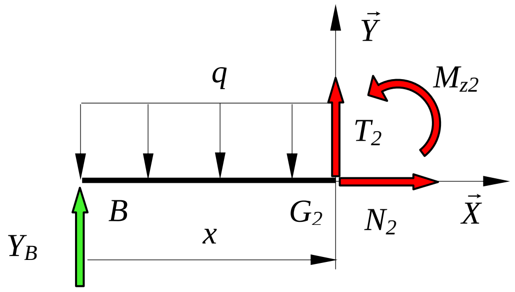
2- Déterminer les éléments de réduction du torseur des forces de cohésion dans le câble *(AB)* et la poutre *(BC)*

21- Déterminer l'expression de l'effort normal N_1 dans la section droite de centre G_1 du câble. Avec : $0 \leq x \leq L$



$N_1 =$

22- Déterminer l'expression du moment de flexion M_{z2} en G_2 (centre de la section droite du profilé de la poutre *(BC)*).
Avec : $0 \leq x \leq 2L$



$M_{Z2} =$

3- Energie de déformation élastique U de la structure
Ecrire, **sans développer le calcul des intégrales**, l'expression de l'énergie de déformation élastique U de la structure, somme des énergies de déformation élastique du câble *(AB)* et de la poutre *(BC)*.

$U =$

4- Calcul de l'inconnue hyperstatique Y_B

41- Théorème utilisé : | | Expression : | |

42- Expression de l'inconnue hyperstatique Y_B

$Y_B =$

5- On se propose de calculer la rotation $\vec{\Omega}_B$ et le déplacement $\overrightarrow{\Delta B}$ du centre *B* de la section d'extrémité de la poutre *(BC)*.

Remarque importante : Pour le calcul de $\vec{\Omega}_B$ et de $\overrightarrow{\Delta B}$ **on ne remplacera pas $\boldsymbol{Y_B}$** par sa valeur trouvée à la question 42.
On notera **impérativement** $Y_B = \lambda\, qL$

51- Calculer la rotation $\vec{\Omega}_B$ par application de la première formule de Bresse entre les points *B* et *C* de la poutre *(BC)*.

$\vec{\Omega}_B =$

52- Calculer le déplacement $\overrightarrow{\Delta B}$ par application de la deuxième formule de Bresse entre les points *B* et *C* de la poutre *(BC)*.

$\overrightarrow{\Delta B} =$

6- Application numérique

On donne : diamètre du câble *(AB)* $d_1 = 6\ mm$, profilé de la poutre *(BC)* *IPE 160*, $h = 160\ mm$, $I_2 = 869\ cm^4$, $E = 210\ GPa$, $\sigma_e = 355\ MPa$, $L = 1\ m$, $q = 9\ kN/m$ et $\lambda = 0.67$ *(SI)*

61- Calculer Y_B

$Y_B =$ N

62- Calculer le module Ω_B de la rotation de la section de centre B

$\Omega_B =$ °

63- Calculer le module ΔB du déplacement du point B

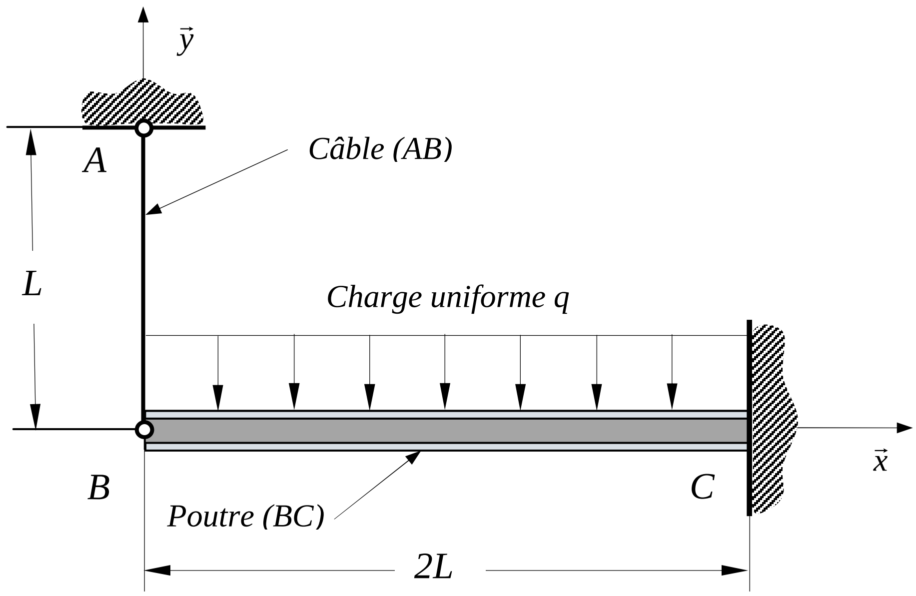
$\Delta B =$ mm

7- On se propose de déterminer le déplacement d_B du centre B de la section d'extrémité de la poutre à l'aide de l'équation de la déformée de la ligne moyenne de la poutre *(BC)*.

Cette déformée est calculée dans le repère : $[B;(\vec{x},\vec{y})]$

Remarque importante : Pour le calcul du déplacement d_B **on ne remplacera pas Y_B** par sa valeur trouvée à la question 42.

On notera **impérativement** $Y_B = \lambda\, qL$



71- Equation $y_2(x)$ de la déformée avec : $0 \leq x \leq 2L$

On note C_1 et C_2 les deux constantes d'intégration

M_{Z2} a été calculé à la question 22 page 4

$EI_2\ y''_2 = M_{Z2}$

$EI_2\ y''_2 =$

$EI_2\ y'_2 =$

$EI_2\ y_2 =$

72- Conditions aux Limites *(CL)*

73- Calculer les deux constantes C_1 et C_2 en fonction de q, L et λ

$C_1 =$	$C_2 =$

74- En déduire l'expression de $y_2(x)$

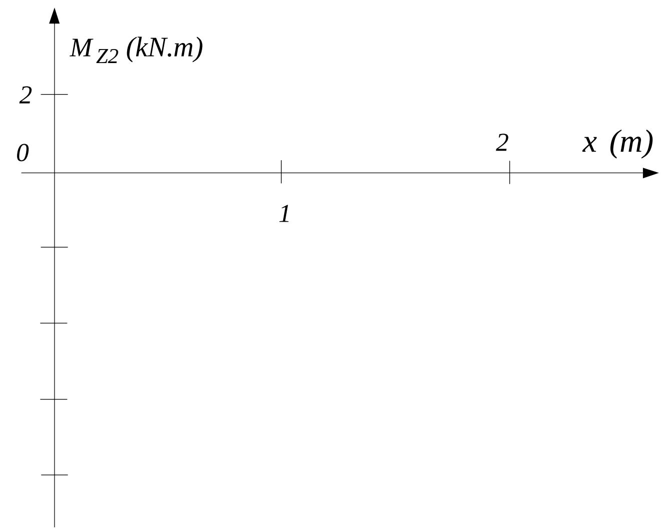
$y_2(x) =$

75- En déduire le déplacement du point B

$d_B =$

8- Etude des contraintes

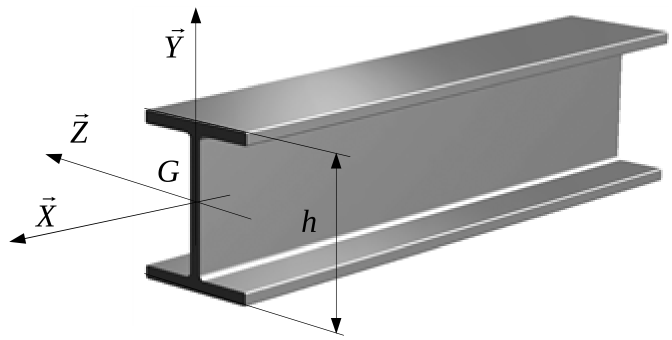
81- Tracer le diagramme du moment de flexion M_{Z2}



82- En déduire la(les) section(s) la(les) plus sollicitée(s)

83- Donner l'expression de la contrainte normale maximale σ_{max} et indiquer sur la figure ci-dessous le ou les points qui supportent cette contrainte normale maximale σ_{max}.

$\sigma_{max} =$



84- Calculer la contrainte normale maximale σ_{max}.

$\sigma_{max} =$ MPa

85- Calculer la contrainte équivalente $\sigma_{équi}$ à l'aide du critère de Tresca

$\sigma_{équi} =$ MPa

86- Calculer le coefficient de sécurité à la limite élastique n_e.

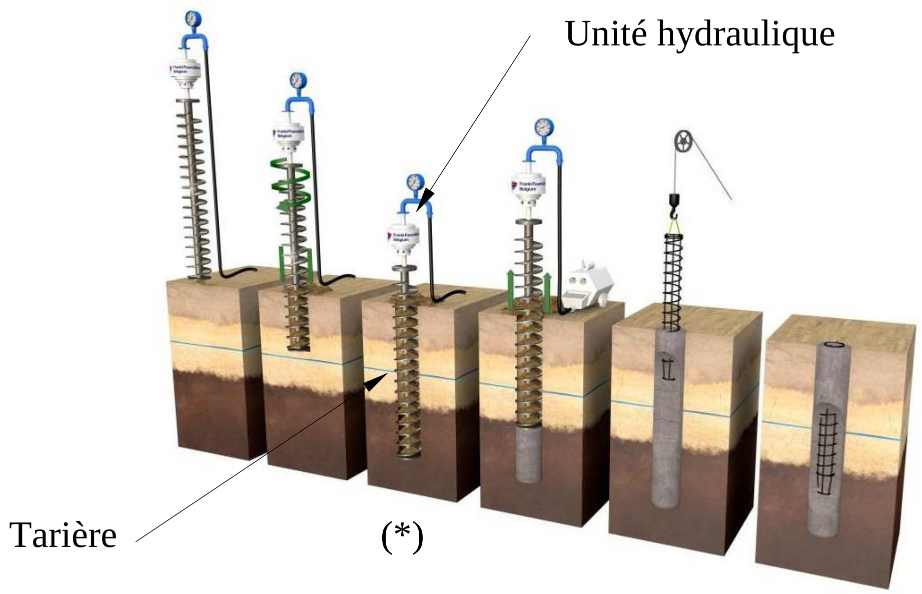
$n_e =$

Exercice n°2

On considère une machine destinée au forage de pieux à la tarière creuse.

Le principe de forage de pieux à la tarière creuse consiste à forer le terrain jusqu'au bon sol d'ancrage, à s'ancrer et à injecter du béton sous pression contrôlée, par l'axe creux de l'outil en remontant.

On s'intéresse à l'étape de forage (voir figure ci-dessous).



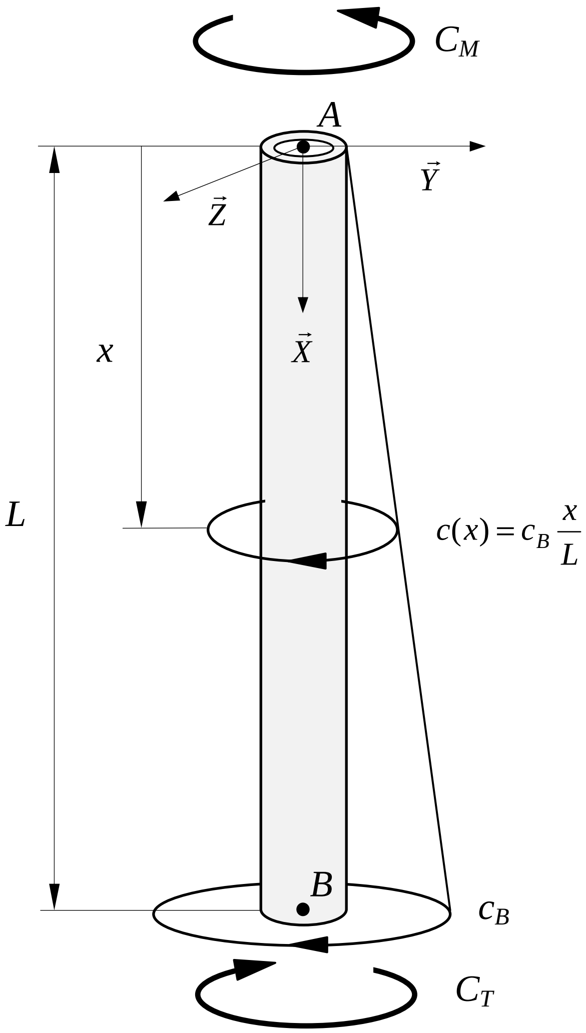
(Document Atlas Fondations)

La tarière est un tube *(AB)*, de section circulaire, de diamètre intérieure D_i, de diamètre extérieur D_e et de longueur L. On note I_{GX} le moment quadratique polaire de la section droite du tube par rapport à l'axe $(G, \vec{X})$

La tarière est entraînée en rotation, à vitesse constante, par une unité hydraulique qui applique à son extrémité A un couple moteur $\vec{C}_M = -C_M\ \vec{X}$.

Les actions du sol sur la tarière sont représentées par :

- un couple réparti, sur toute sa longueur L, $\vec{c}(x) = c(x)\ \vec{X}$ (en *N.m/m*) qui varie linéairement de 0 en A à c_B en B,
- un couple $\vec{C}_T = C_T\ \vec{X}$ appliqué à son extrémité B.

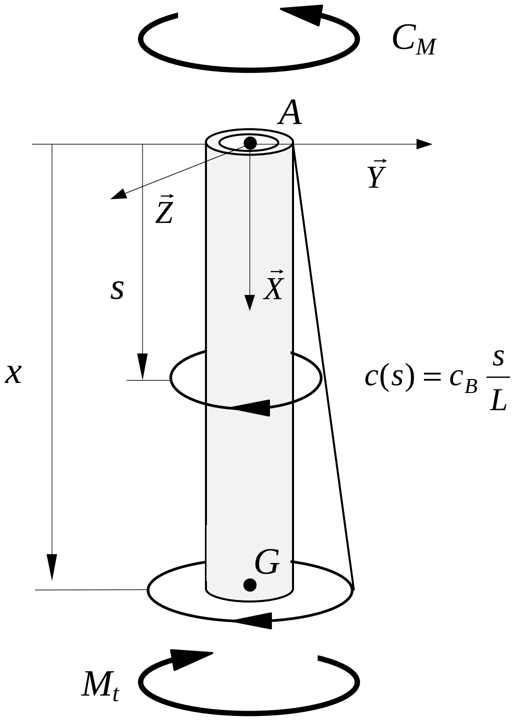


La tarière est complètement enfoncée dans le sol (*)

1- Déterminer le couple moteur C_M transmis par l'unité hydraulique.
   On isole pour cela la tarière. Ecrire l'équation de moment en projection sur l'axe $(A, \vec{X})$ des actions extérieures à la tarière.

C_M =

2- Déterminer le moment de torsion dans une section droite de centre G (centre de la section droite du profilé de la tarière *(AB)*). Avec : $0 \leq s \leq x$



$M_t =$

(en fonction de C_T, c_B, L et x)

3- Déterminer l'angle de torsion du tube α_{AB} entre les deux extrémités A et B de la tarière.

$\alpha_{AB} =$

4- Calculer la contrainte de cisaillement maximale τ_{max} dans la tarière

- ✓ Déterminer la section de tarière la plus sollicitée

- ✓ Calculer la contrainte cisaillement maximale τ_{max} dans cette section

τ_{max} =

5- Application numérique

Rappel : $I_{GX} = \frac{\pi}{32}\left(D_e^4 - D_i^4\right)$

On donne : D_e = 225 mm, D_i = 200 mm, L = 6 m, G = 75 GPa,
C_T = 80 $kN.m$, c_B = 30 $kN.m/m$.

- ✓ Moment quadratique polaire I_{GX}

I_{GX} = cm^4

- ✓ Angle de torsion α_{AB}

α_{AB} = °

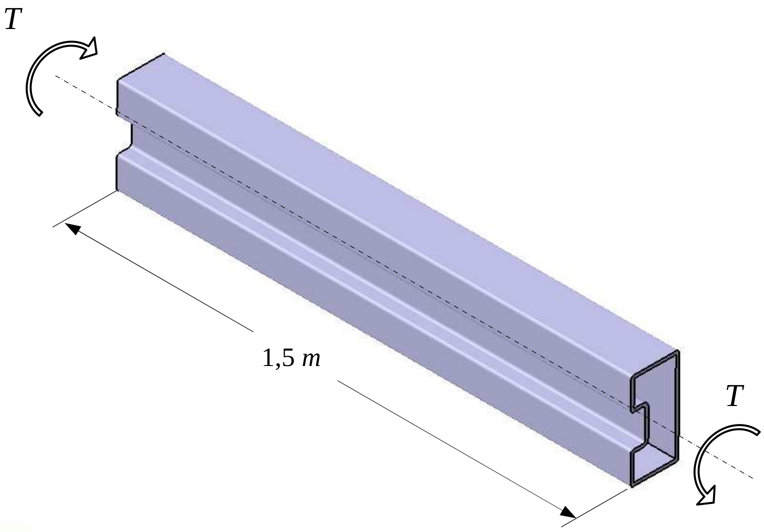
- ✓ Contrainte de cisaillement maximale τ_{max}

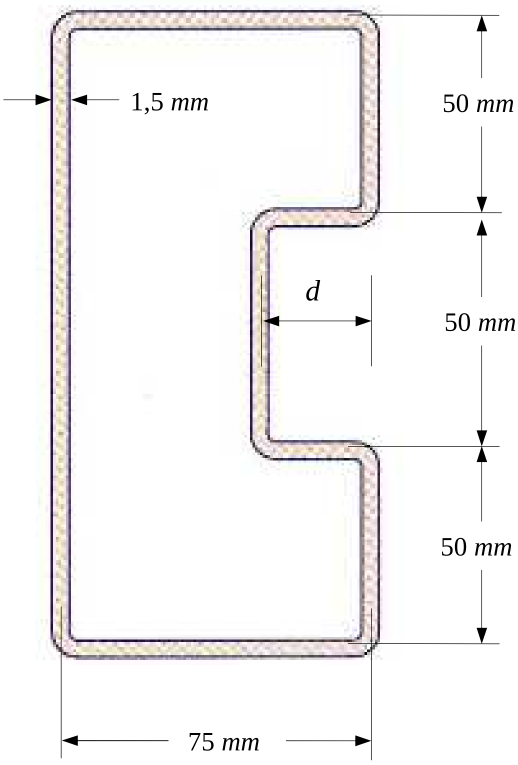
τ_{max} = MPa

Exercice n°3

Un tube mince de longueur L = 1,5 m a la section droite représentée ci-dessous.
Ce tube est soumis à chacune de ses extrémités à un couple T = 4.5 $kN.m$.
Le matériau a un module de Coulomb G = 27 GPa et une contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$ = 170 MPa.

Déterminer la valeur maximale de la cote d de telle sorte que la contrainte de cisaillement moyenne ne dépasse pas la contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$.





Section droite du tube

(Les dimensions sont relatives à la ligne moyenne)

1- Déterminer la valeur maximale de la cote *d* (voir section droite du tube ci-dessus) si la contrainte de cisaillement ne doit dépasser la contrainte de cisaillement maximale admissible $\tau_{max\ adm}$.

11 - Déterminer le moment de torsion M_t dans le tube.

M_t =

12 - Rappeler l'expression de la contrainte de cisaillement moyenne τ dans un tube mince sollicité en torsion.

τ =

13 - Déterminer l'expression de l'aire A_m de la surface à l'intérieur de ligne moyenne de la section du tube en fonction de *d*.
(On négligera dans les calculs les congés et les arrondis de la ligne moyenne)

A_m =	*mm²*

14 - Déterminer la valeur maximale de la cote *d*.

d =	*mm*

2- Déterminer l’angle de torsion du tube

21 - Rappeler l’expression de l’angle de torsion α entre les deux extrémités d’un tube mince de section constante et de longueur L.

$\alpha =$

22 - Calculer le pseudo moment quadratique noté J de la section du tube
On prendra dans la suite $d = 45\ mm$

$J =$ mm^4

23 - Calculer l’angle de torsion α du tube.

$\alpha =$ °