

Durée : 2 h - Documents autorisés

### Conseils et consignes

- Lire l'énoncé.
- Respecter les notations de l'énoncé.
- Identifier les questions.
- Encadrer les résultats.
- Numéroté les feuilles (1 feuille = 4 pages) en indiquant le nombre total de feuilles (Exemple : 1/3, 2/3, 3/3).

### 1. Propriétés d'une section de poutre circulaire

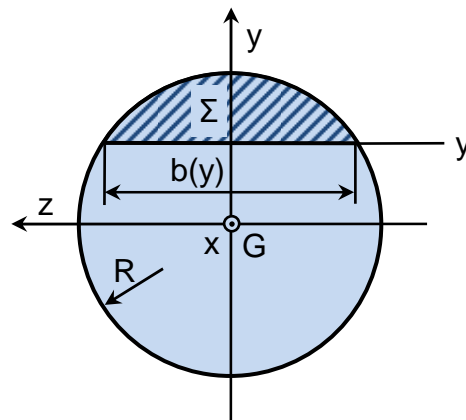


Fig. 1 : Une section de poutre circulaire.

Soit une section de poutre circulaire de rayon  $R$  (Fig. 1).

- 1.1. A partir de la formule de définition vue en cours, établir l'expression donnant son moment d'inertie polaire  $I_G$ .
- 1.2. En déduire l'expression de son moment quadratique  $I_z$ .
- 1.3. Calculer les valeurs numériques de la surface  $S$  de la section, ainsi que des moments  $I_G$  et  $I_z$ , pour  $R = 10$  mm.
- 1.4. Donner l'expression de la largeur  $b(y)$ , en fonction de  $y$  et de  $R$ .
- 1.5. Donner l'expression du moment statique,  $\mu(y) = \iint_{\Sigma} y \, ds$ , de la surface hachurée  $\Sigma$  (Fig. 1), en fonction de  $R$  et de  $y$ .

## 2. Torseur de cohésion

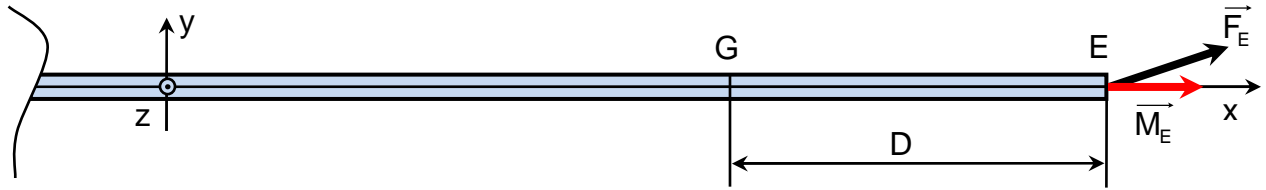


Fig. 2 : La poutre et le torseur appliqué.

Soit la poutre droite de la Fig. 2.

Son extrémité E est soumise à un effort  $\vec{F}_E$  et à un moment  $\vec{M}_E$  dont les composantes sont données.

$$\vec{F}_E = \begin{pmatrix} F_{Ex} \\ F_{Ey} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{M}_E = \begin{pmatrix} M_{Ex} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

G est un point de la fibre moyenne, situé à une distance D de l'extrémité E.

- 2.1. Quelle est l'expression de l'effort normal N en G ?
- 2.2. Quelle est l'expression de l'effort tranchant  $T_y$  en G ?
- 2.3. Quelle est l'expression du moment de torsion  $M_x$  en G ?
- 2.4. Quelle est l'expression du moment fléchissant  $M_z$  en G ?
- 2.5. Donner les valeurs numériques de N,  $T_y$ ,  $M_x$ , et  $M_z$ , en G, pour  $F_{Ex} = 1000$  N,  $F_{Ey} = 300$  N,  $M_{Ex} = 50$  Nm et  $D = 200$  mm.

## 3. Traction

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 3.1. Quelle est l'expression de la contrainte  $\sigma_{\text{traction}}$  due à l'effort normal N dans la section contenant le point G ?
- 3.2. Calculer numériquement cette contrainte  $\sigma_{\text{traction}}$ .

## 4. Flexion

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 4.1. Quelle est l'expression de la contrainte  $\sigma_{\text{flexion}}$  due au moment fléchissant  $M_z$  dans la section contenant le point G ?
- 4.2. Calculer numériquement cette contrainte  $\sigma_{\text{flexion}}$  aux points  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$  définis par la Fig. 3.

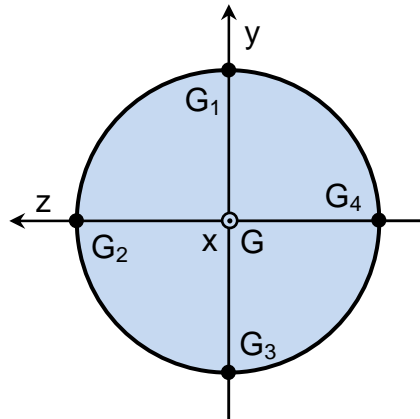


Fig. 3 : 4 points particuliers de la section de poutre circulaire.

## 5. Torsion

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 5.1. Quelle est l'expression de la contrainte  $T_{\text{torsion}}$  due au moment de torsion  $M_x$  dans la section contenant le point G ?
- 5.2. Calculer numériquement cette contrainte  $T_{\text{torsion}}$  à la périphérie de la section circulaire.

## 6. Contraintes induites par l'effort tranchant

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 6.1. Quelle est l'expression de la contrainte  $T_{\text{tranchant}}$  due à l'effort tranchant dans la section contenant le point G ?
- 6.2. Calculer numériquement cette contrainte  $T_{\text{tranchant}}$  aux points  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$  définis par la Fig. 3.

## 7. Bilan des contraintes

Pour traiter cette partie, dont tous les résultats sont attendus sous forme numérique, il est nécessaire de disposer des résultats numériques des parties 3, 4, 5 et 6.

- 7.1. Ecrire la matrice des contraintes au point  $G_1$ .
- 7.2. Ecrire la matrice des contraintes au point  $G_2$ .
- 7.3. Ecrire la matrice des contraintes au point  $G_3$ .
- 7.4. Ecrire la matrice des contraintes au point  $G_4$ .
- 7.5. Calculer la contrainte équivalente de Von Mises aux points  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $G_3$  et  $G_4$ .
- 7.6. La limite d'élasticité du matériau de la poutre est de 100 MPa.  
La norme applicable demande que les contraintes équivalentes, dans une pièce, ne dépassent pas les 2/3 de la limite d'élasticité du matériau.  
Est-ce que le dimensionnement de cette poutre est correct, pour la charge appliquée ?