

Durée : 2 h - Documents autorisés

Conseils et consignes

- Lire l'énoncé.
- Respecter les notations de l'énoncé.
- Identifier les questions.
- Encadrer les résultats.
- Numéroté les feuilles (1 feuille = 4 pages) en indiquant le nombre total de feuilles (Exemple : 1/3, 2/3, 3/3).

1. Propriétés d'une section de poutre circulaire

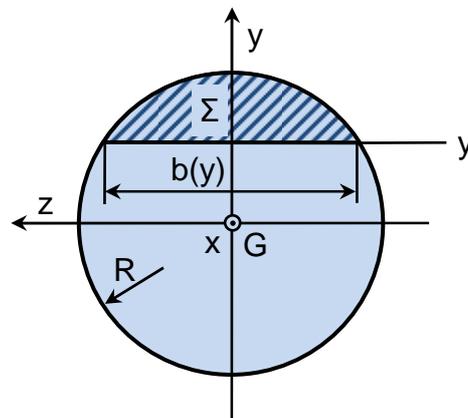


Fig. 1 : Une section de poutre circulaire.

Soit une section de poutre circulaire de rayon R (Fig. 1).

- 1.1. A partir de la formule de définition vue en cours, établir l'expression donnant son moment d'inertie polaire I_G .
- 1.2. En déduire l'expression de son moment quadratique I_z .
- 1.3. Calculer les valeurs numériques de la surface S de la section, ainsi que des moments I_G et I_z , pour $R = 10$ mm.
- 1.4. Donner l'expression de la largeur $b(y)$, en fonction de y et de R .
- 1.5. Donner l'expression du moment statique, $\mu(y) = \iint_{\Sigma} y \, ds$, de la surface hachurée Σ (Fig. 1), en fonction de R et de y .

2. Torseur de cohésion

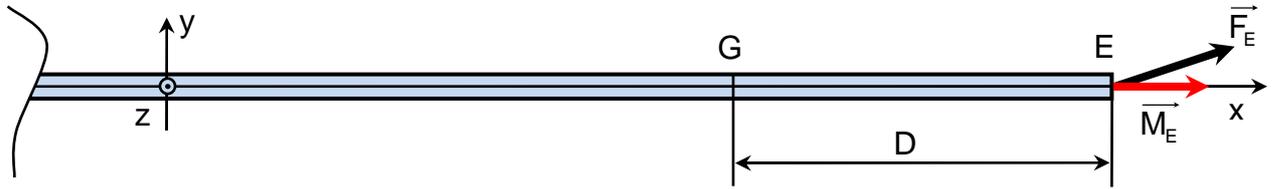


Fig. 2 : La poutre et le torseur appliqué.

Soit la poutre droite de la Fig. 2.

Son extrémité E est soumise à un effort \vec{F}_E et à un moment \vec{M}_E dont les composantes sont données.

$$\vec{F}_E = \begin{pmatrix} F_{Ex} \\ F_{Ey} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{M}_E = \begin{pmatrix} M_{Ex} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

G est un point de la fibre moyenne, situé à une distance D de l'extrémité E.

- 2.1. Quelle est l'expression de l'effort normal N en G ?
- 2.2. Quelle est l'expression de l'effort tranchant T_y en G ?
- 2.3. Quelle est l'expression du moment de torsion M_x en G ?
- 2.4. Quelle est l'expression du moment fléchissant M_z en G ?
- 2.5. Donner les valeurs numériques de N, T_y , M_x , et M_z , en G, pour $F_{Ex} = 1000$ N, $F_{Ey} = 300$ N, $M_{Ex} = 50$ Nm et $D = 200$ mm.

3. Traction

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 3.1. Quelle est l'expression de la contrainte σ_{traction} due à l'effort normal N dans la section contenant le point G ?
- 3.2. Calculer numériquement cette contrainte σ_{traction} .

4. Flexion

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 4.1. Quelle est l'expression de la contrainte σ_{flexion} due au moment fléchissant M_z dans la section contenant le point G ?
- 4.2. Calculer numériquement cette contrainte σ_{flexion} aux points G_1 , G_2 , G_3 et G_4 définis par la Fig. 3.

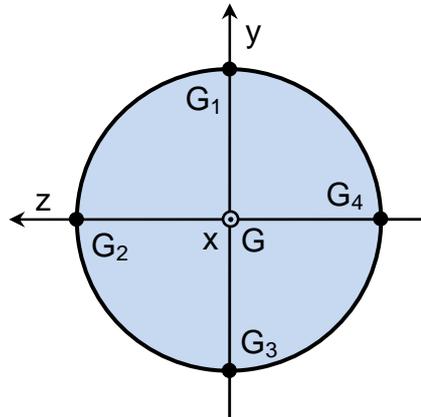


Fig. 3 : 4 points particuliers de la section de poutre circulaire.

5. Torsion

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 5.1. Quelle est l'expression de la contrainte T_{torsion} due au moment de torsion M_x dans la section contenant le point G ?
- 5.2. Calculer numériquement cette contrainte T_{torsion} à la périphérie de la section circulaire.

6. Contraintes induites par l'effort tranchant

La poutre droite de la partie 2 possède la section étudiée dans la partie 1.

- 6.1. Quelle est l'expression de la contrainte $T_{\text{tranchant}}$ due à l'effort tranchant dans la section contenant le point G ?
- 6.2. Calculer numériquement cette contrainte $T_{\text{tranchant}}$ aux points G_1 , G_2 , G_3 et G_4 définis par la Fig. 3.

7. Bilan des contraintes

Pour traiter cette partie, dont tous les résultats sont attendus sous forme numérique, il est nécessaire de disposer des résultats numériques des parties 3, 4, 5 et 6.

- 7.1. Ecrire la matrice des contraintes au point G_1 .
- 7.2. Ecrire la matrice des contraintes au point G_2 .
- 7.3. Ecrire la matrice des contraintes au point G_3 .
- 7.4. Ecrire la matrice des contraintes au point G_4 .
- 7.5. Calculer la contrainte équivalente de Von Mises aux points G_1 , G_2 , G_3 et G_4 .
- 7.6. La limite d'élasticité du matériau de la poutre est de 100 MPa.
La norme applicable demande que les contraintes équivalentes, dans une pièce, ne dépassent pas les 2/3 de la limite d'élasticité du matériau.
Est-ce que le dimensionnement de cette poutre est correct, pour la charge appliquée ?