

MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX

"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 15 janvier 2007

Examen Final

K-E. ATCHOLI

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

A- Etude des Poutres

A1- Energie de Déformation de Poutre : Figure 1 (8 points)

Une structure plane articulée est constituée d'une poutre de ligne moyenne circulaire **ABC** de rayon **R**, de rigidité en flexion **EI** et d'une barre rectiligne **AC** de rigidité en traction **E'S'**. Cette structure repose sur 2 appuis simples en **A** et **C** et supporte au milieu **B** une charge verticale d'intensité **2F**. En utilisant les expressions des déplacements dans le plan développées en cours (ci-dessous) et en considérant l'élongation de **OC**, $\delta = -\frac{ZR}{E'S'}$:

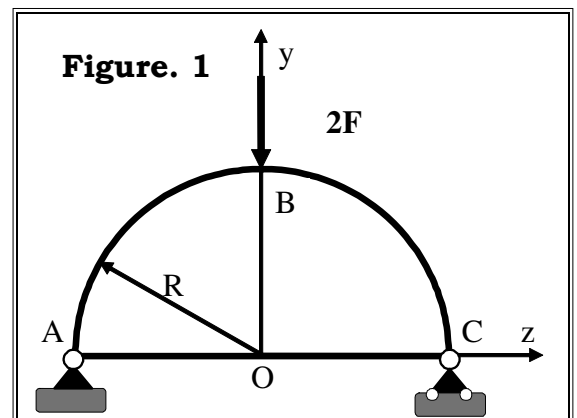
1- Montrer que l'effort de traction de la barre **AC** vaut:

$$Z = \frac{-2F}{\pi(1 + \frac{4EI}{\pi R^2 E'S'})}$$

2- Déterminer les déplacements vertical v_1 du point **B** et horizontal w_1 du point **C**.

3- Calculer v_1 et w_1 dans les cas où $E'S' = 0$ et $E'S' = \infty$

$$\lambda = \frac{\pi}{2} \begin{cases} v_1 = \frac{R^2}{EI} \left[L(1 - \frac{\pi}{2}) + R \frac{Y}{4} (3\pi - 8) + R \frac{Z}{2} \right] \\ w_1 = \frac{R^2}{EI} \left[-L + R \frac{Y}{2} + RZ \frac{\pi}{4} \right] \\ \alpha_1 = \frac{R}{EI} \left[L \frac{\pi}{2} + RY(1 - \frac{\pi}{2}) - RZ \right] \end{cases}$$



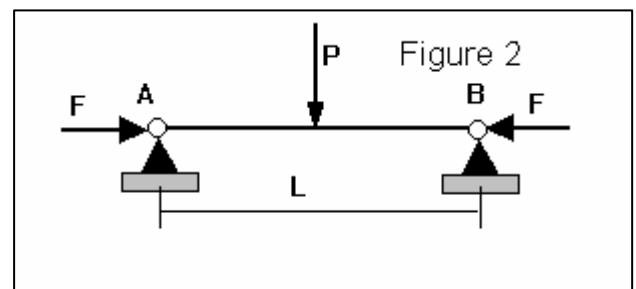
A2- Flexion-Flambage combinés : Figure 2 (4 points)

Une poutre **AB** de longueur **L** et de rigidité en flexion **EI** est articulée à ses 2 extrémités et supporte simultanément une force de compression **F** et une charge de flexion **P** en son milieu. En utilisant l'équation de la ligne élastique et en posant $k^2 = F/EI$, déterminer :

1- L'expression de la déformée de la poutre,

2- la rotation de la poutre en A.

3- En posant $u = kL/2$, montrer que le coefficient d'amplification de la pente à l'extrémité A est de la forme : $2[(1-\cos u)/u^2 \cos u]$.



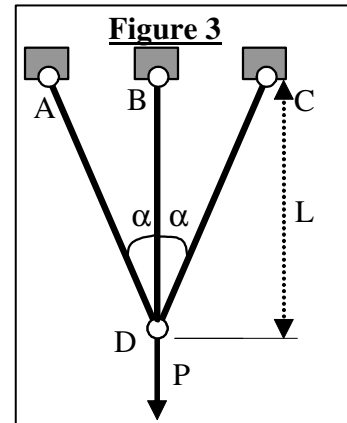
B- Rigidité des Poutres & Critères de défaillance (plasticité rupture)

B1- Méthode de Rigidité : Figure 3 (4 points)

On considère 3 poutres AD, BD, CD de mêmes rigidités ES, articulées aux extrémités et supportant une charge verticale P en D.

En utilisant la méthode de rigidité, déterminer :

- 1- le déplacement vertical de D : $\delta(P, L, E, S, \alpha)$
- 2- les réactions dans les poutres : R_A, R_B, R_C .

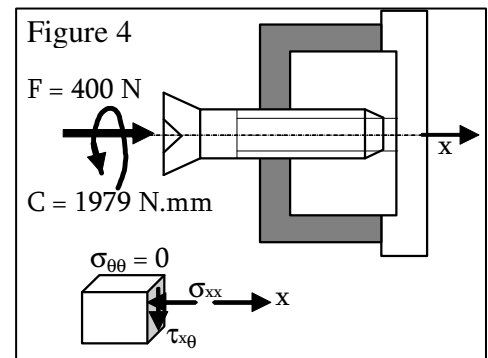


B2- Critères de défaillance (plasticité rupture): (4 points)

Vous vous servez d'une perceuse électrique munie d'un réducteur comme un tourne-vis pour serrer des vis. Lors du vissage, vous appliquez avec la perceuse sur une vis en acier de diamètre $d = 4 \text{ mm}$, une force de compression axiale $F = 400 \text{ N}$ et un couple de torsion $C = 1979 \text{ N.mm}$.

Dans les conditions extrêmes de pleine puissance où la vis de contrainte limite d'écoulement $\sigma_Y = 300 \text{ MPa}$, est sur le point de bloquer, déterminer:

- 1- l'état des contraintes développées dans la vis $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{x\theta} \\ \tau_{x\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}$



- 2- les limites d'écoulement de la vis suivant les critères de rupture de Tresca (σ_Y^T) et Von Misès (σ_Y^{VM})
- 3- Comparer et dire pour quel critère il n'y a pas écoulement dans la vis.

Rappel : $\sigma_{xx} = -F/\pi r^2$, $\tau_{x\theta} = C/(I_o/r)$