

MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX

"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 27 juin 2006

Examen Final

K-E. ATCHOLI

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

A- Etude des Poutres

A1- Energie de Déformation de Poutre : Figure 1 (5 points)

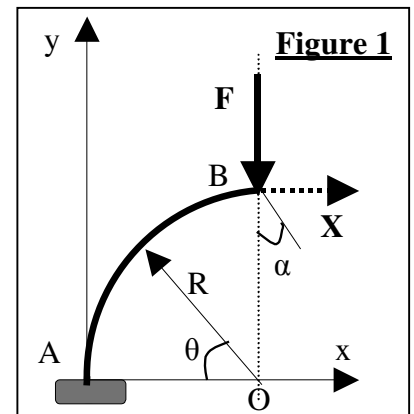
Une poutre élastique **AB** de ligne moyenne circulaire, de section constante et de rigidité en flexion **EI**, est encastree en **A** et soumise en **B** à une force **F**.

En utilisant une charge fictive horizontale **X** en **B**, déterminer dans le plan:

- 1- l'énergie de déformation en flexion de la poutre ;
- 2- les déplacements horizontal (X_B) et vertical (y_B) de l'extrémité **B**.

Si l'extrémité **B** est soumise à une force **P** inclinée d'un angle $\alpha = 45^\circ$,

- 3- montrer en utilisant les résultats précédents que le déplacement absolu de **B** est de la forme $\delta = 1,092 PR^3/EI$.



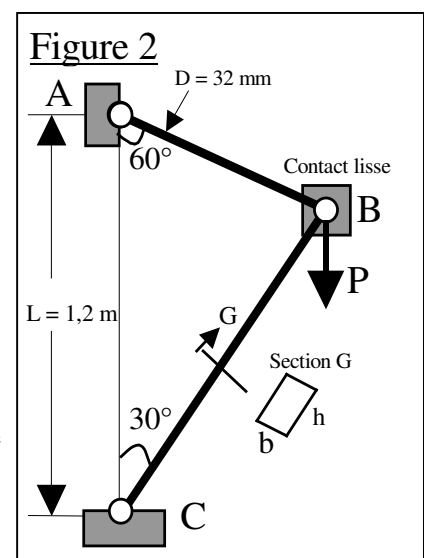
A2- Flambage de Poutre : Figure 2 (5 points)

On considère une structure composée de 2 poutres assemblées par des rotules. La poutre **AB** de section cylindrique (diamètre **D = 32 mm**), a un module **E = 70.10³ MPa** et une limite élastique **$\sigma_e = 105$ MPa**.

La poutre **BC** de section rectangulaire (**b = 36 mm, h = 22 mm**), a un module **E = 2.10⁵ MPa** et une limite élastiques **$\sigma_e = 160$ MPa**.

En supposant le contact **B** parfaitement lisse et les déformations dans les plan de la figure.

- 1- Etudier le comportement de chaque poutre en calculant la valeur limite admissible **P** dans les poutres **AB** en traction et **BC** au flambage ;
- 2- Calculer contrainte critique dans **BC** et vérifier que Euler est valable ;
- 3- Déduire la charge maximale **P_{maxi}** que peut supporter la structure.



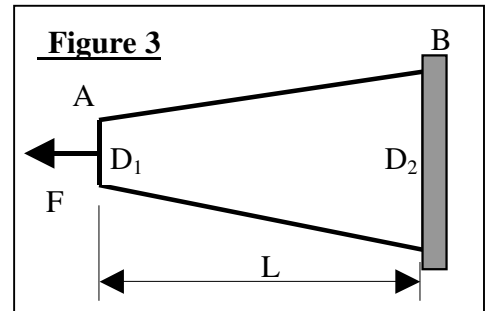
B- Flexibilité et Rigidité des poutres **Critères de défaillance (plasticité rupture)**

B1- Méthode de flexibilité : Figure 3 (3 points)

Une poutre tronconique **AB** de longueur **L** de section cylindrique, de module élastique **E**, est encastrée en **B** de diamètre **D₂** et supporte en **A** de diamètre **D₁** une charge axiale **F**.

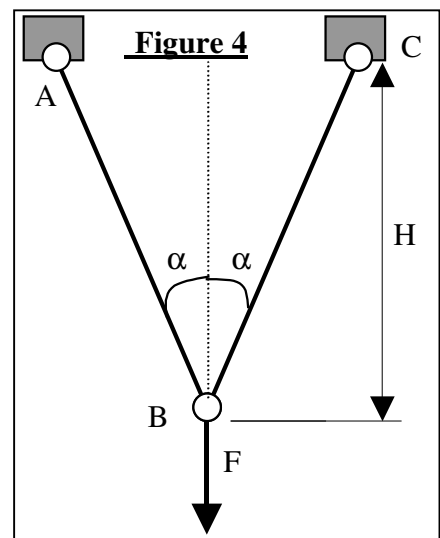
En utilisant la méthode de flexibilité :

- 1- déterminer l'élongation δ (**F**, **L**, **E**, **D₁**, **D₂**) de cette poutre
- 2- montrer que $\delta = FL/ES$ si **D₁ = D₂**,



B2- Méthode de Rigidité : Figure 4 (3 points)

On considère 2 poutres **AB** et **BC** de caractéristiques **L**, **S**, **E**. Articulées aux extrémités, elles supportent une charge **F** en **B**. Déterminer en utilisant la méthode de rigidité, le déplacement vertical de l'extrémité **B** : δ (**F**, **H**, **E**, **S**, α).



B3- Critères de défaillance (plasticité rupture): (4 points)

L'état de contrainte en un point d'une structure dans le plan (x, y) est : $\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix}$

- 1- Montrer que le critère de rupture de Von Misès est de la forme :

$$\sigma_Y^{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\sigma_{xy}^2}$$

- 2- Calculer la limite d'écoulement du matériau σ_Y^{VM}

pour : $\sigma_{xx} = 30 \text{ MPa}$, $\sigma_{yy} = -50 \text{ MPa}$, $\sigma_{xy} = -30 \text{ MPa}$