

Le 19 janvier 2012

MQ41

## FINAL - AUTOMNE 2011

Durée de l'épreuve : 2 heures

*calculatrice autorisée - aucun document autorisé*

Exercice 1 : Flambage d'une poutre (5 points)

Soit une structure  $ABC$ , encastrée en  $A$ , de module d'Young  $E$ , de moment quadratique  $I$  et de longueur  $L$ . Elle subit une compression  $F$  appliquée au point  $C$ , distant du point  $B$  d'une petite longueur  $e$ , cf. figure 1. Cela correspond au cas du flambage dévié d'une poutre.

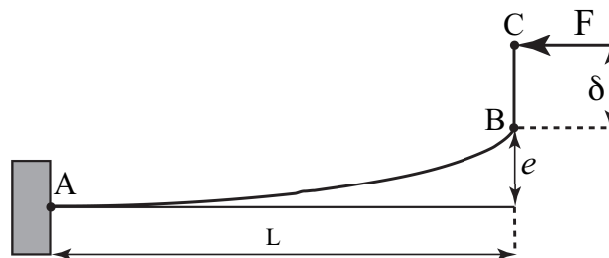


Figure 1: Exercice 1

1. Donner l'expression de la flèche entre  $A$  et  $C$ .
2. On rappelle que le développement limité au voisinage de zéro à l'ordre de 2 de  $\cos(\theta)$  est  $1 - \frac{\theta^2}{2}$ . Donner l'expression de la flèche  $\delta$  au point  $B$ , en fonction de  $F, L, E, I$  et  $e$ .
3. On suppose maintenant que  $e$  tend vers  $0$ . Calculer la charge critique de cette structure.

**Exercice 2 : Méthodes énergétiques (5 points)**

Soit une structure  $ABC$ , encastree en  $A$ , de module d'Young  $E$  et de moment quadratique  $I$ . Elle subit une force verticale  $F$  appliquee en  $C$ , figure 2. On suppose dans cet exercice que l'energie de deformation n'est due qu'a la flexion.

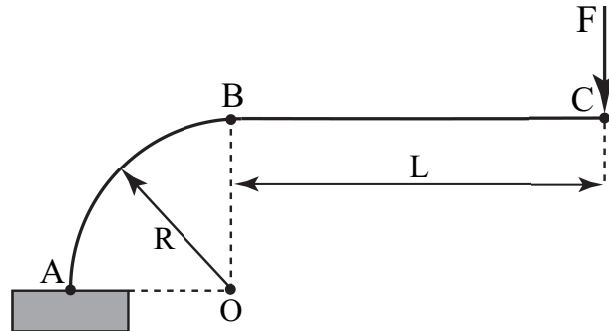


Figure 2: Exercice 2

1. Calculer la rotation du point  $C$ .
2. Calculer le deplacement vertical du point  $C$ .

**Exercice 3 : Methode de flexibilite (3 points)**

Soit la structure  $ABC$  constituee de deux barres identiques de module d'Young  $E$  et de section  $S$ , articulee en  $A$  et  $C$  et qui subit une force de traction  $F$  au noeud  $B$ , figure 3.

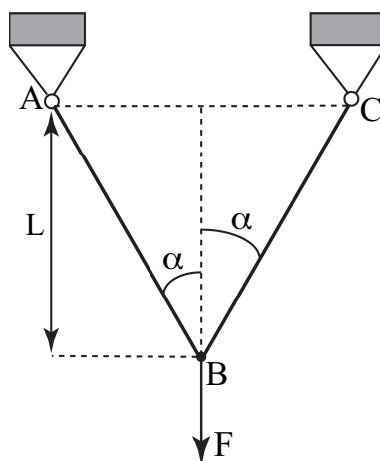


Figure 3: Exercice 3

1. Calculer le déplacement horizontal du noeud  $B$ , noté  $\beta$ .
2. Calculer le déplacement vertical du noeud  $B$ , noté  $\delta$ .
3. Calculer les efforts dans chaque barre.

**Exercice 4 : Analyse limite (4 points)**

Soit une poutre de longueur  $L$ , de section rectangulaire  $(h, b)$ , supposée élastique parfaitement plastique, de limite élastique  $\sigma_y$ . On applique un moment de flexion, noté  $M_f$ .

1. Donner l'expression de la contrainte en flexion dans la phase élastique.
2. Représenter la forme des contraintes dans une section de poutre.
3. Donner l'expression du moment de flexion limite, noté  $M_{fY}$ , qui traduit le début de l'écoulement plastique.
4. Représenter la forme des contraintes dans une section de poutre au cours de l'écoulement plastique.
5. On suppose que toute la poutre est entrée en plasticité. Donner l'expression du moment de flexion limite, noté  $M_{fL}$ .
6. Calculer la réserve de plasticité, c'est-à-dire :  $\frac{M_{fL}}{M_{fY}}$ .

**Exercice 5 : Critère de défaillance (3 points)**

Soit la matrice des contraintes d'une structure sollicitée en traction-compression bi-axiale dans le plan  $(x, y)$ . Cette structure est supposée homogène, élastique et isotrope de limite élastique  $\sigma_Y = 200$  [MPa].

$$\sigma = \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 0 & -50 \end{pmatrix} \text{ [MPa]}$$

1. Calculer la contrainte équivalente de Tresca. La structure reste-t-elle dans le domaine élastique ?
2. Calculer la contrainte équivalente de Von Mises. La structure reste-t-elle dans le domaine élastique ?