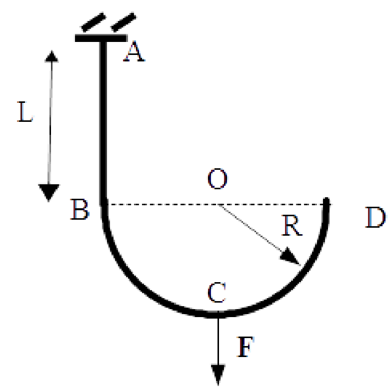
MQ41 Final P2015

lundi 22 juin 2015 - 2 heures

Aucun document autorisé

Exercice 1 : Méthodes énergétiques et poutre circulaire - 8 points

Soit la structure $ABCD$, constituée de deux poutres. AB est une poutre rectiligne de longueur L et BCD est une poutre circulaire d'angle d'enroulement égal à π et de rayon R. Cette structure est encastrée en A et est soumise au point C à une force ponctuelle verticale d'intensité F.
On suppose la structure élastique de module d'Young E constant et de moment quadratique constant I_{Gz}. On ne considère que les efforts dus à la flexion dans le calcul de l'énergie de déformation.



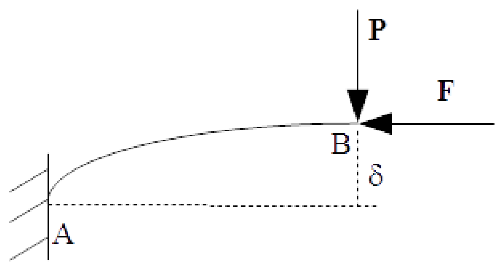
1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.
2. Calculer les réactions d'appui.
3. Calculer le déplacement vertical du point C.
4. Calculer le déplacement vertical et la rotation du point D.

Rappel : l'expression de l'énergie de déformation due à la flexion est

$$W = \frac{1}{2EI} \int_{AD} M_f^2 \, ds$$

Exercice 2 : Flambage - 7 points

Soit la poutre AB de longueur L, encastrée en A et soumise en son extrémité B à un effort normal F et à un effort tranchant P.
La poutre a un moment quadratique I_{Gz} et un module d'Young E, supposés constants.
On note δ la flèche du point B.



1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.

2. Montrer que l'expression de la flèche tout le long de la poutre s'écrit :

$$y(x) = \left(\frac{PL}{F} - \delta\right)\cos(\omega x) - \frac{P}{F\omega}\sin(\omega x) - \frac{P}{F}(L-x) + \delta \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \frac{F}{EI}$$

3. Utiliser la condition limite $y(L) = \delta$ et montrer que :

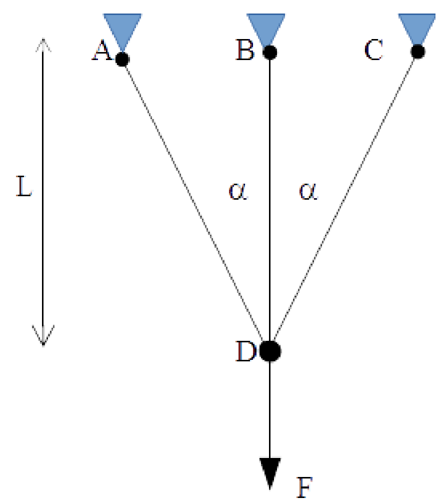
$$\delta = -\frac{PL^3}{EI}\left(\frac{\tan(\omega L) - \omega L}{(\omega L)^3}\right) \quad \text{avec} \quad \omega^2 = \frac{F}{EI}$$

4. Pour $P = 0$, calculer la charge critique correspondante.

5. Pour F petite donc ωL petit, en utilisant un développement limité de la tangente $\tan(\omega L)$ calculer la flèche en B.

Exercice 3 : Analyse limite - 5 points

Soit la structure $ABCD$ constituée de trois barres identiques de module d'Young E et de section notée S. Elle est articulée en A, B et C et est soumise à une force de traction d'intensité F en D.
On note L, la longueur de la barre BD et α l'angle entre les barres AD, CD et la barre verticale BD.
On suppose que chaque barre est constituée d'un même matériau élastique parfaitement plastique de limite élastique notée R_e.



1. On note δ le déplacement vertical du point D. Montrer que :

$$\delta = \frac{FL}{ES(1 + 2\cos^3(\alpha))}$$

2. Quelle barre entre en plasticité en premier ?

3. Calculer alors l'allongement dans chaque barre.