B- Flambage d'une Poutre & Critères de Défaillance (Plasticité Rupture)

B1- Flambage d'une Poutre articulée en appui simple (3 points)

On rappelle que pour la poutre ci-contre (figure1), la charge critique d'Euler s'écrit : $F_{cr} = \dfrac{\pi^2 E I_z}{L^2}$

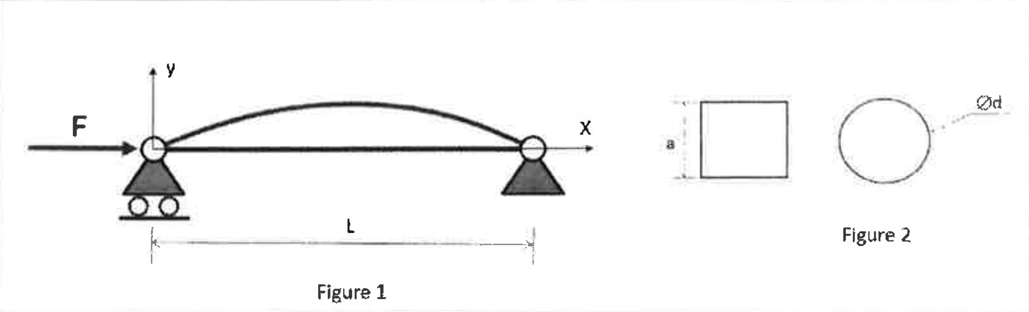


Figure 1

Figure 2

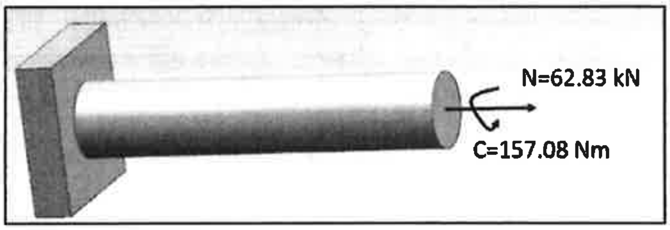
1- A aires égales (Figure 2), quelle est la section (carrée ou circulaire), qui résiste le mieux au flambement ? Justifier votre réponse

2- Calculer le rapport : $\dfrac{F_{cr}^{carré}}{F_{cr}^{cercle}}$

Rappel : Pour une section carrée : $I_z = \dfrac{a^4}{12}$ et pour une section circulaire $I_z = \dfrac{\pi d^4}{64}$

B2- Critères de Défaillance (Plasticité Rupture) : (3 points)

Un arbre de diamètre D = 20 mm est soumis suivant son axe à un effort de traction N = 62.83 kN et à un moment de torsion C = 157.08 Nm. La limite élastique (en traction et en compression) du matériau est Re = 400 MPa



1- Calculer la contrainte de traction et la contrainte maximale de torsion.

2- Le matériau, selon ce critère, reste-t-il dans le domaine élastique ?

Rappel : $\sigma_{eq}^{VM} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2+(\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+(\sigma_{33}-\sigma_{11})^2+6(\sigma_{12}^2+\sigma_{23}^2+\sigma_{31}^2)}$

En contraintes planes et dans l'espace des contraintes principales:

$\sigma_{eq}^{VM} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2}$, où les σ_i sont les contraintes principales:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11}-\sigma_{22}}{2}\right)^2+\sigma_{12}^2} \quad \text{et} \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_{11}+\sigma_{22}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11}-\sigma_{22}}{2}\right)^2+\sigma_{12}^2}$$

II/2

MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX
"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 23 juin 2016	***Examen Final***	***K-E. ATCHOLI***

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

A- Méthodes Energétques

A1- Energie de Déformation d'un Portique: Figure 1 (4 points)

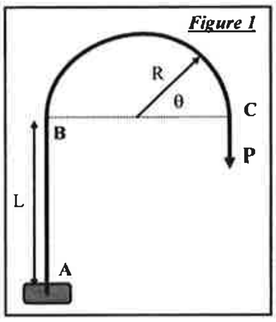


Figure 1

On considère une structure **ABC** (figure 1) de rigidité en flexion **EI,** de section constante, constituée d'une tige **AB** de longueur **L** et d'une poutre **BC** de ligne moyenne circulaire de rayon **R.** Elle est encastrée en ~~C~~ A et supporte une charge verticale **P** en **C.** En considérant que la structure ne se déforme principalement qu'en flexion,

1- Ecrire l'expression de l'énergie de déformation en flexion du système.

2- Déterminer le déplacement vertical du point **C.**

A2- Energies de Déformation d'une Structure Hyperstatique Figure 2 *(4 points)*

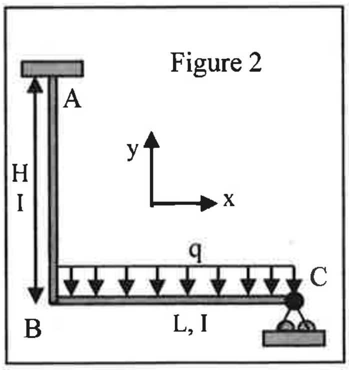


Figure 2

On considère une structure **ABC** (**figure 2**) constituée de 2 poutres **AB** et **BC** rigides en **B.** Encastrée en **A** la poutre AB est de hauteur **H** et de rigidité en flexion **EI.** En appui simple en **C,** la poutre **BC** de longueur **L** et de rigidité **EI,** supporte une charge uniformément répartie d'intensité linéique **q.** Déterminer :

1- les composantes du torseur des actions intérieures (moments de flexion) dans les sections droites de la structure ;

2- l'expression de l'énergie de déformation en flexion ;

3- la réaction de l'appui **C** en utilisant le théorème de Ménabréa

A3- Energies de Déformation d'un Mât: Figure 3 (6 points)

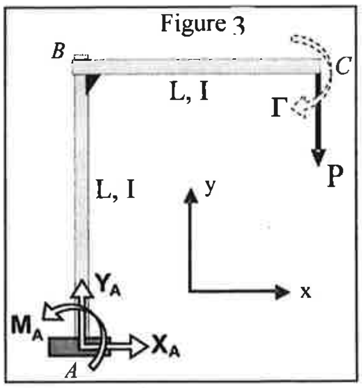


Figure 3

On considère un mat **ABC** (figure 3) constitué de 2 poutres **AB** et **BC** identiques de rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, encastré en **A**, rigide en **B** et soumis à une force verticale **P** en **C.**

En utilisant la méthode de la charge fictive (couple fictif Γ) en **C,** déterminer:

1- les composantes du torseur des actions intérieures (**N, Mf**) dans les poutres ;

2- l'expression de l'énergie de déformation totale **W** dans le mât ;

3- le déplacement vertical δ_C de **C** ;

4- l'angle de rotation θ_C de l'extrémité **C;**

5- Montrer que si $I/SL^2 \ll 1$, $\delta_C \approx 4PL^3/3EI$