MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX
"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 28 Juin 2018	*Examen Final*	*K-E. ATCHOLI*

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

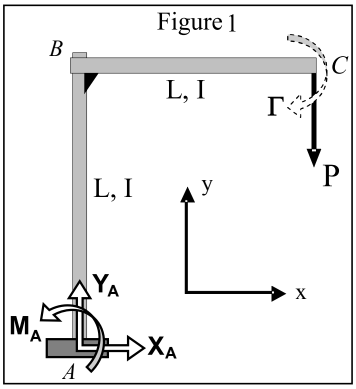
A- Méthodes Énergétiques

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter A et B sur des feuilles séparées

A- Méthodes Energétiques

A1- Energies Totale de Déformation d'un Mât: Figure 1 (5 points)



On considère un mat **ABC** (figure 1) constitué de 2 poutres **AB** et **BC** identiques de rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, encastré en **A**, rigide en **B** et soumis à une force verticale **P** en **C**.

En utilisant la méthode de la charge fictive (couple fictif Γ) en **C**, déterminer:

1- les composantes du torseur des actions intérieures (**N, Mf**) dans les poutres ;

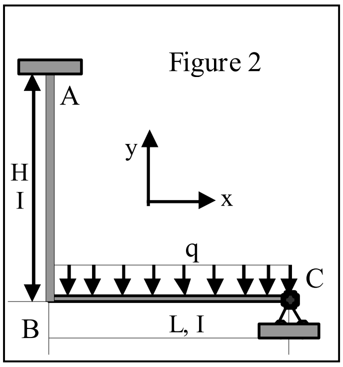
2- l'expression de l'énergie de déformation totale **W** dans le mât ;

3- le déplacement vertical δ_C de **C** ;

4- l'angle de rotation θ_C de l'extrémité **C;**

5- Montrer que si $I/SL^2 \ll 1$, $\delta_C \approx 4PL^3/3EI$

A2- Energies de Déformation d'un Portique Hyperstatique Fig. 2 (4 points)



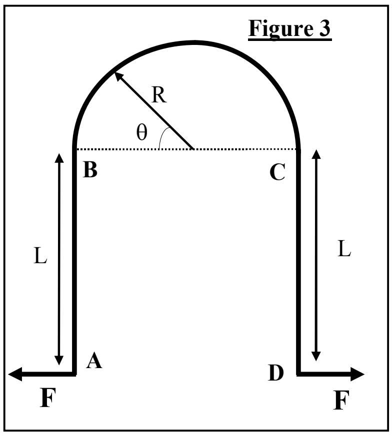
On considère une structure **ABC** (**figure 2**) constituée de 2 poutres **AB** et **BC** rigides en **B**. Encastrée en **A** la poutre AB est de hauteur **H** et de rigidité en flexion **EI**. En appui simple en **C**, la poutre **BC** de longueur **L** et de rigidité **EI**, supporte une charge uniformément répartie d'intensité linéique **q**. Déterminer :

1- les composantes du torseur des actions intérieures (moments de flexion) dans les sections droites de la structure ;

2- l'expression de l'énergie de déformation en flexion ;

3- la réaction de l'appui **C** en utilisant le théorème de Ménabréa

A3- Energies de Déformation d'une Structure: Figure 3 (5 points)



Une structure **ABCD** (figure 3) est constituée de poutres rectilignes (**AB, CD**) de longueur **L** et la poutre courbe **BC** de rayon **R**. Auto-équilibrée, elle est soumise à une force horizontale **F** en **A** et **D.**
En ne considérant que toutes les poutres de même de rigidité en flexion **EI**, déterminer:

1- Les moments de flexion le long de **ABCD ;**

2- L'expression de l'énergie de déformation en flexion dans la structure ;

3- La variation de l'écartement horizontal A-D (

Rappel : $\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$ $\quad \sin^2\theta = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)$

B- Critères de Défaillance : Plasticité Rupture & Analyse Limite

B1- Critères de Défaillance (Plasticité Rupture) (4 points)

On considère trois états de contraintes définis par :

$$[\sigma a] = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad [\sigma b] = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}, \qquad [\sigma c] = \begin{bmatrix} 55 & 0 & 55 \\ 0 & 0 & 0 \\ 55 & 0 & 55 \end{bmatrix}$$

1- Calculer les contraintes équivalentes **Von Mises** et selon **Tresca** des 3 cas a), b) et c) ci-dessus.

2- Classer ces états de contrainte du moins critique au plus critique vis-à-vis du critère de Von Mises, puis vis-à-vis du critère de Tresca ?

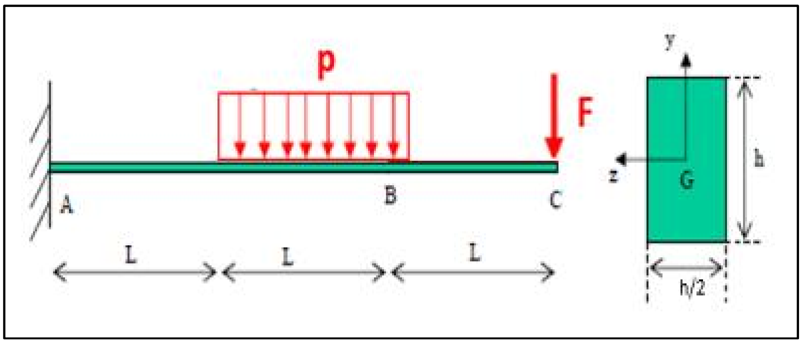
B2- Analyse Limite (2 points)

On veut déterminer la charge limite $\mathbf{F_L}$ qui provoque l'effondrement de la structure ci-dessous subissant une force concentrée **F** et une charge répartie **p**.

Calculer la charge limite $\mathbf{F_L}$ qui provoque l'effondrement de la structure.

On donne:

- Limite élastique, **Re = 300 MPa**
- Module d'Young, **E = 210 000 MPa**
- **L = 200 mm, h = 10 mm**
- **p = 0,1 N/mm**



II/2