

MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX

"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 14 Juin 2021

Examen Final

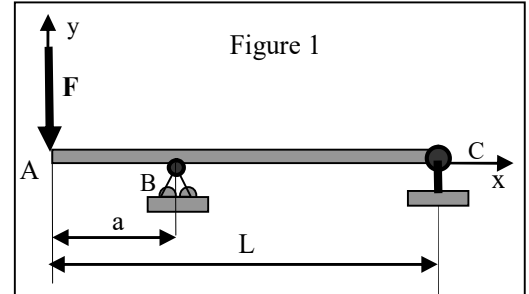
K-E. ATCHOLI

A- Méthodes Énergétiques

A1- Énergie Totale de Déformation d'une Poutre: Figure 1 (4 points)

On considère une poutre droite AC (figure 1) de section droite constante reposant sur un appui simple en B et sur une articulation en C. De longueur L et de rigidité en flexion EI, elle supporte une charge F concentrée à l'extrémité A.

- Déterminer les réactions aux appuis B et C ainsi que les composantes du torseur des actions intérieures (moments de flexion uniquement) dans les sections droites de la poutre;
- Donner l'expression de l'énergie de déformation en flexion W ;
- En utilisant le théorème de Castigliano, montrer que la flèche verticale de l'extrémité A vaut : $y_A = Fla^2/3EI$

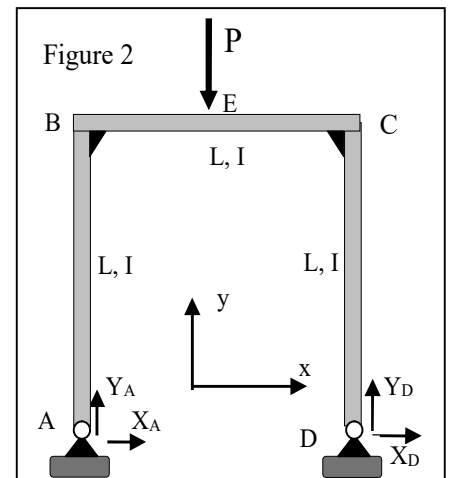


A2- Énergies de Déformation d'un Portique: Figure 2 (8 points)

On considère un portique ABCD (figure 2) constitué de 3 poutres identiques (AB, BC, CD) de rigidités en traction ES et en flexion EI.

Articulé en A & D et rigide B & C, le portique est soumis à une force verticale P au milieu E.

- Montrer que le système est hyperstatique et déterminer les composantes du torseur des actions intérieures (N_i, M_i) dans les poutres AB & BC ;
 - Calculer l'énergie de déformation totale W dans le portique ;
 - Déterminer par le théorème de Ménabréa, les réactions aux appuis A & D
 - Donner le déplacement vertical (δ_E) du point E;
- Pour $E = 2.10^5$ MPa; $S = 3000$ mm²; $I = 12.10^6$ mm⁴ ; $L = 4$ m,
- Montrer que $X_A = 75.10^{-3}P$ (N) ; $W = 1,545.10^{-4}P^2$ (N.mm) ; $\delta_E \approx 31.10^{-5} P$ (mm)

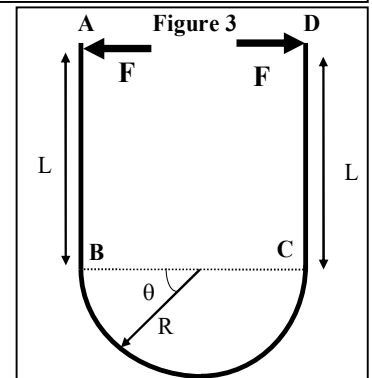


A3- Énergie de Déformation d'une Structure : Figure 3 (4 points)

Une structure ABCD (figure 3) est constituée de poutres rectilignes (AB, CD) de longueur L et la poutre courbe BC de rayon R. Auto-équilibrée, elle est soumise à une force horizontale F en A et D. En ne considérant que toutes les poutres de même de rigidité en flexion EI, déterminer :

- Les moments de flexion le long de ABCD ;
- L'expression de l'énergie de déformation en flexion dans la structure ;
- La variation de l'écartement vertical A-D

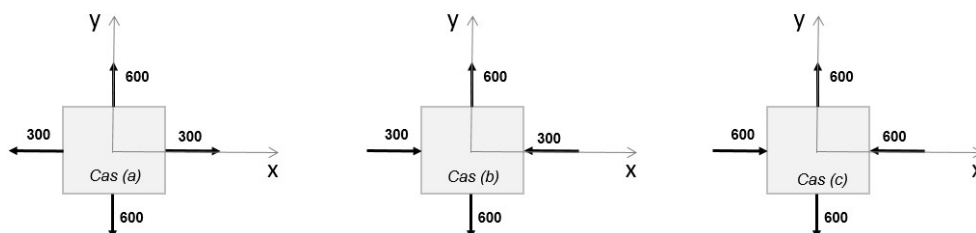
Rappel : $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$ $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$



B- Critères de Défaillance (Plasticité Rupture) (4 points)

Considérons les 3 états plans de contrainte ci-dessous. Les axes sont principaux. Les contraintes sont en MPa.

- Ecrire les matrices relatives à ces 3 états de contraintes
- Les classer de plus dangereux au moins dangereux, d'après le critère de Von Mises



I/1