# MQ41 Final P2023

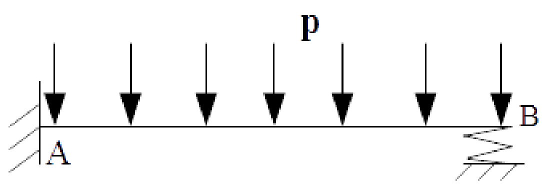
**vendredi 19 juin 2023 - 1h30 - aucun document autorisé**

**E. ATCHOLI - N. LABED - G. SOME**

# PARTIE I SUR COPIE SEPAREE

### Exercice 1 : Poutre rectiligne et Méthodes énergétiques - 6 points

Soit $AB$ une poutre de longueur $L$, encastrée en $A$ et en appui ressort en $B$. La raideur du ressort est notée $k$. Elle supporte une force répartie constante verticale $p$ . On suppose que la section de la poutre est carrée de côté $a$.



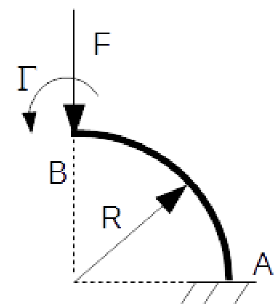

1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.
2. Quelle méthode énergétique doit-on utiliser ?
3. Donner l'expression du moment fléchissant le long de la poutre.
4. Calculer la réaction du ressort en utilisant **les méthodes énergétiques**.
5. Calculer toutes les réactions d'appui.

**Rappel :** l'expression de l'énergie de déformation due à la flexion est

$$W = \frac{1}{2EI} \int_{AB} M_f^2 \, ds$$

**Exercice 2 : Poutre circulaire et Méthodes énergétiques - 9 points**

On étudie un appareillage de radiographie mobile permettant d'amener des outils de diagnostic jusqu'au patient. On peut modéliser cet appareil par une poutre circulaire de rayon constant $R$, avec un angle d'enroulement $\Pi/2$. On néglige le poids propre de la structure. Elle est encastrée à une extrémité $A$ et est soumise à l'autre extrémité $B$ à une force verticale d'intensité $F$ et à un couple $\Gamma$ autour de l'axe des $z$.
On suppose la structure élastique de module d'Young $E$ et de moment quadratique $I$. On ne considère que les efforts dus au moment fléchissant.




1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure.
2. Calculer les réactions d'appui.
3. Calculer le moment fléchissant tout le long de la poutre $AB$.
4. Calculer le déplacement vertical du point $B$.
5. Calculer la rotation du point $B$.
6. On souhaite maintenant connaître le déplacement horizontal du point $B$. Que faut-il imposer ?
7. Calculer alors le déplacement horizontal du point $B$.

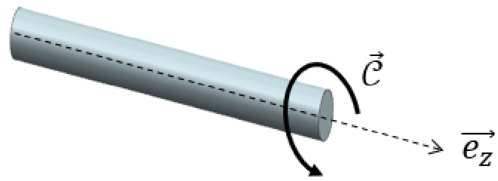
**Rappel :**

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1+\cos 2\theta) \qquad \sin^2\theta = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta) \qquad \cos\theta\,\sin\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

# DEUXIEME PARTIE : CHANGER DE COPIE

**<u>Exercice 1</u> : Critère de plasticité (3 pts)**

Un arbre de torsion cylindrique de rayon R=20 mm est soumis à couple de torsion C=3000Nm. La limite élastique du matériau utilisé est Re=300 MPa.
Dans le repère cylindrique $R(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \overrightarrow{e_z})$, l'état de contrainte dans la zone la plus sollicitée de l'arbre est :




$\bar{\bar{\sigma}}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & \tau & 0 \end{bmatrix}$, avec $\tau = \frac{2C}{\pi R^3}$

1/ Application numérique : Calculer la valeur de $\tau$ et la contrainte équivalente (selon le critère de TRESCA) correspondante, $\sigma_{eq}^{TR}$
2/ Y-a-t-il plastification ou pas ?
3/ Calculer le couple maximum que peut supporter cet arbre avant plastification.

**<u>Exercice 2</u> : Analyse Limite (2 pts)**

On considère la structure ci-contre de section rectangulaire bh.
1/ On demande de calculer la charge limite $F_L$ (création d'une rotule plastique en A)
<u>A.N</u> : b=10mm, h=30mm, L=300mm, Re=300MPa (Limite d'élasticité)