MQ41 FINAL P2025
Vendredi 20 juin 2025 - durée 2h

aucun document autorisé - calculatrice non autorisée

Exercice 1 : Poutre bi encastrée - Méthodes énergétiques - 9 points

Soit AB une poutre de longueur L, encastrée en A et en B. Elle supporte une charge verticale F en son milieu, noté C.

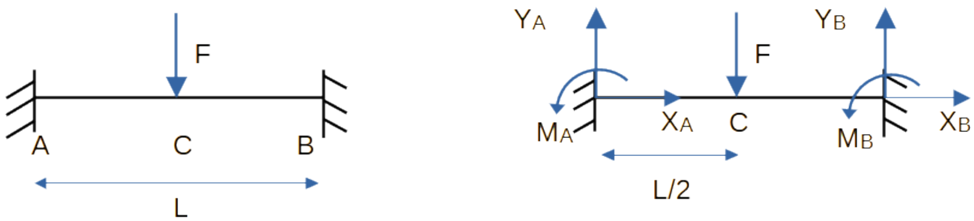


FIGURE 1 – poutre bi encastrée

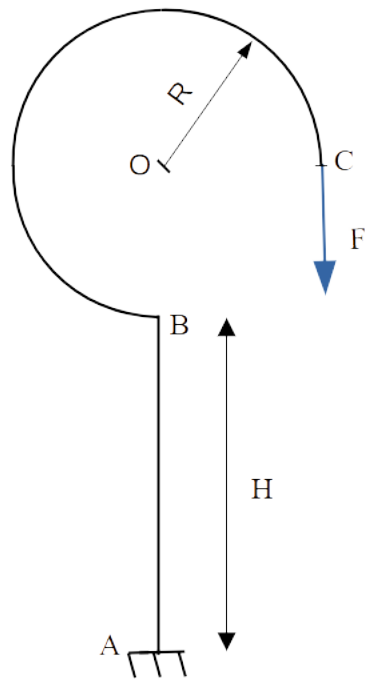
1. Donner le degré d'hyperstatisme de cette structure. (0.25 pt)
   Dans la suite de l'exercice, pour des raisons mécaniques, on suppose que $X_A = 0$ et $X_B = 0$. Le problème devient un problème hyperstatique de degré 2.
2. Préciser vos inconnues hyperstatiques. (0.5 pt)
3. Combien y-a-t-il de tronçons ? Calculer alors le moment fléchissant dans chaque tronçon. (2 pt)
4. Donner l'expression de l'énergie de déformation si on ne considère que l'énergie due au moment fléchissant. (0.5 pt)
5. Quelle méthode énergétique faut-il utiliser ? (0.25 pt)
6. Combien de fois faut-il utiliser cette méthode énergétique ? (0.5 pt)
7. Donner le système linéaire à résoudre pour déterminer les deux inconnues hyperstatiques. (2 pt)
8. Calculer les réactions d'appui. (1 pt)
9. Calculer la flèche au point C. (2 pt)

Rappel : l'expression de l'énergie de déformation due à la flexion est :

$$W = \frac{1}{2EI} \int_{AB} M_f^2 \, dx$$

Exercice 2 : Poutre circulaire - 8 points

La structure ABC est composée d'une poutre circulaire CB de centre O et de rayon R, et d'une poutre verticale BA de longueur H. Elle est encastrée en A et subit une force verticale F au point C. On suppose la structure élastique isotrope, de module d'Young E et de moment quadratique I. L'angle d'enroulement de cette poutre circulaire est $3\pi/2$.



Dans cet exercice on ne considère dans le calcul de l'énergie de déformation de la poutre que les efforts dus à la flexion.

Rappel : Linéarisation des fonctions trigonométriques :

$$\cos^2(\theta) = \frac{1}{2}(1+\cos(2\theta)) \;\; ; \;\; \sin^2(\theta) = \frac{1}{2}(1-\cos(2\theta)) \quad ; \quad \cos(\theta)\,\sin(\theta) = \frac{1}{2}\sin(2\,\theta)$$

1. On souhaite connaître les déplacements horizontal et vertical et la rotation du point C. Que doit-on introduire ? (1 pt)
2. Donner alors l'expression de M_f tout le long de la poutre. (2 pt)
3. Calculer le déplacement horizontal de C. (2 pt)
4. Calculer le déplacement vertical de C. (1.5 pt)
5. Calculer la rotation du point C. (1.5 pt)

Exercice 3 : QCM - 3 points Pour chacune des questions suivantes, une seule des différentes propositions est exacte. Toute bonne réponse rapport +0.25 point, absence de réponse 0 point et mauvaise réponse -0.25 point.

1. La contrainte de Von Mises représente :
(a) La matrice des contraintes (b) Une contrainte équivalente
(c) La vraie contrainte (d) Une contrainte tangentielle

2. Donner l'unité dans le système international du module d'Young :
(a) MPa (b) sans unité (c) N/m^2 (d) N/mm^2

3. Donner l'unité dans le système international du coefficient de Poisson :
(a) MPa (b) sans unité (c) N/m^2 (d) N/mm^2

4. L'expression de la contrainte de flexion est :
(a) F/S (b) $\frac{M_f}{I_{Gz}}y$ (c) T/S (d) $-\frac{M_f}{I_{Gz}}y$

5. Donner l'unité dans le système international de la contrainte de torsion :
(a) MPa (b) $N.m$ (c) N/m^2 (d) N/mm^2

6. La contrainte de flexion simple est une contrainte :
(a) tangentielle (b) normale

7. L'expression du moment quadratique polaire d'une section circulaire creuse de diamètre intérieur D_i et de diamètre extérieur D_e est :

(a) $\frac{\pi(D_e - D_i)^4}{32}$ (b) $\frac{\pi(D_e^4 - D_i^4)}{32}$ (c) $\frac{\pi(D_e - D_i)^4}{64}$ (d) $\frac{\pi(D_e^4 - D_i^4)}{64}$

8. Pour réduire le domaine élastique, on choisit un coefficient de sécurité :
(a) négatif (b) égal à 1 (c) infini (d) supérieur à 1

9. Pour un problème hyperstatique, on utilise la méthode de :
(a) Castigliano (b) Ménabréa (c) charge fictive (d) Maxwell Betti

10. Combien de caractéristique mécanique pour un milieu homogène, élastique et isotrope :
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

11. Dans le calcul de la flèche par les méthodes énergétiques si on trouve $-FL^3/(EI)$ alors le déplacement du point va :
(a) vers le haut (b) vers le bas (c) dans le sens de F (d) dans le sens opposé de F

12. La quantité $FL^2/(EI)$ représente :
(a) un déplacement (b) une contrainte (c) une rotation (d) une force