MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX
"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 16 novembre 2006	*Examen Médian*	*K-E. ATCHOLI*

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter I et II sur des feuilles séparées

I- Elasticité linéaire

Figure 1 *(4 points)*

A l'aide d'une rosette à **45°,** on enregistre en un point **A** d'une plaque en acier de caractéristiques **E = 200 GPa,** ν **= 0,3**, les déformations suivantes : $\varepsilon_a = 640\ \mu$, $\varepsilon_b = 480\ \mu$ $\varepsilon_c = -200\ \mu$..

En supposant la plaque soumise à un état plan de contraintes et de déformations:

1- Déterminer les déformations ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$) ainsi que les déformations principales ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) et leurs directions θ.

2- Illustrer les résultats par un tracer du cercle de Mohr des déformations.

3- Calculer les contraintes principales (σ_1, σ_2) en **A.**

4- Connaissant ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$), retrouver les résultats précédents par le tracer du cercle de Mohr des contraintes.

Rappel : $\varepsilon_{X'} = \dfrac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \dfrac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha + \dfrac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\alpha$ (avec $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$)

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y); \quad \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x); \quad \sigma_{xy} = G_{xy}\varepsilon_{xy}$$

Figure 1

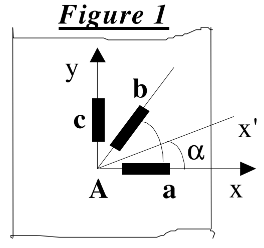


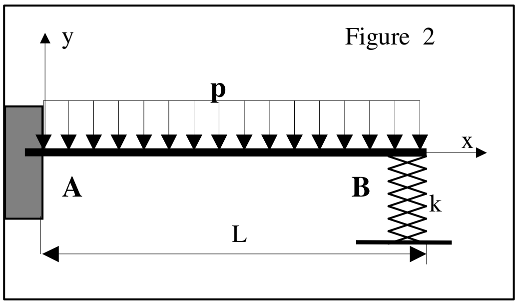
Figure 2 *(4 points)*

On considère une poutre **AB** (**figure 2**) de longueur **L**, de rigidité en flexion **EI**, encastrée en **A** et en appui simple en **B** sur un ressort de rigidité **k**. Elle supporte une charge uniformément répartie d'intensité linéique **p**. En utilisant le principe de superposition et les équations de la ligne élastique, déterminer :

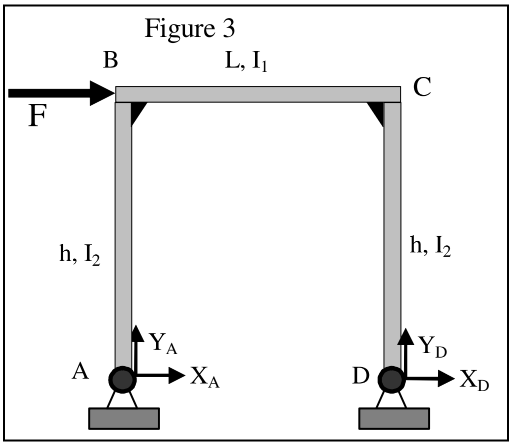
1- La déflexion de la poutre due au ressort en B : Δ_B(p, L, EI, k)

2- Les réactions d'appuis en **A** et **B**.

Figure 2



II- Méthodes Energétiques



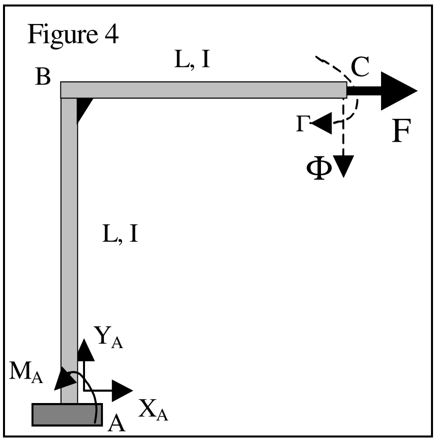


Figure 3 ***(8 points)***

Un portique **ABCD** constitué de 3 poutres (**AB, BC, CD**) de caractéristiques (**h,** $\mathbf{I_1}$), (L, $\mathbf{I_2}$) et reposant sur les rotules en **A** et **D** (sommets **B** et **C** rigides)**,** est sollicité horizontalement par une force d'intensité **F** en **B**. Les poutres de sections constantes ont le même module d'Young **E**. En utilisant les méthodes énergétiques (théorème de Ménabréa) déterminer:

1- L'énergie totale de déformation en flexion du portique **W(F,** $\mathbf{X_A}$**, E, h,** $\mathbf{I_1}$**, L,** $\mathbf{I_2}$**)** avec $\mathbf{X_A}$ composante hyperstatique. Les efforts normaux et tranchants sont négligeables.

2- Les réactions aux appuis en **A** et **D**

3- Le déplacement horizontal (δ_B) du portique

4- Montrer que $\delta_B = Fh^3/4EI$, si $I_1 = I_2 = I$ et $h = L$

Figure 4 ***(4 points)***

On considère un mat **ABC** (figure 4) constitué de 2 poutres **AB** et **BC** identiques de rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, encastré en **A** , rigide en **B** et soumis à une force horizontale **F** en **C**. En utilisant la méthode de la charge fictive (**Φ, Γ**) en **C**:

1- Déterminer le déplacement vertical en **C,**

2- Montrer que la rotation en **C** est de la forme $\alpha_C = FL^2/2EI$