MQ41

RESISTANCE DES MATERIAUX
"INTRODUCTION AUX CALCULS DES STRUCTURES"

UTBM, le 04 mai 2006	*Examen Médian*	*K-E. ATCHOLI*

"Aucun document n'est autorisé"

Traiter I et II sur des feuilles séparées

I- Elasticité linéaire

Figure 1 *(8 points)*

Une chaudière de diamètre d = 2450 mm, d'épaisseur e = 12,7 mm est soumise à une pression interne p = 70 MPa. Un élément de la paroi cylindrique de cette chaudière est soumis à un état de contrainte:

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \text{ tel que, } \sigma_{yy} \approx 2\sigma_{xx} = \frac{pd}{2e} \quad \text{et} \quad \sigma_{xy} = \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2}$$

1- Déterminer la grandeur et le sens des contraintes principales (σ_1, σ_2) et illustrer vos résultats par un tracer de cercle de Mohr.

2- Donner l'état de contraintes ($\sigma_\alpha, \sigma_\beta, \sigma_{\alpha\beta}$) sur cet élément incliné de $\alpha = 30°$.

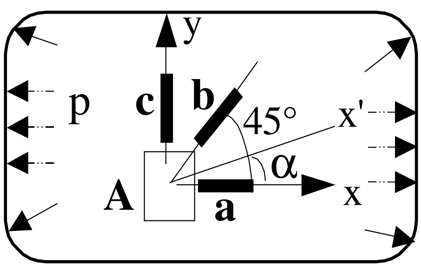
3- Etudier en illustrant vos résultats par un tracer de cercles de Mohr, les cas où la chaudière subie des variations d'états de contraintes suivantes: $\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} 3515 & -702{,}5 \\ -702{,}5 & 2110 \end{bmatrix}$ $\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} -352 & 703{,}5 \\ 703{,}5 & 1055 \end{bmatrix}$ MPa

Avec une rosette à **45°** (Figure 1), vous mesurez en un point **A** sur la parois de la chaudière, les déformations suivantes : $\varepsilon_a = 1000\ \mu$, $\varepsilon_b = 900\ \mu$ $\varepsilon_c = -200\ \mu$.

4- Déterminer dans le plan (x, y), les déformations ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$) ainsi que les déformations principales ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{maxi}$).

5- En supposant la chaudière en matériau homogène isotrope, évaluer les contraintes maximales admissibles (σ_1, σ_2) dans la chaudière de caractéristiques: **E = 200 GPa, ν = 0,32**.

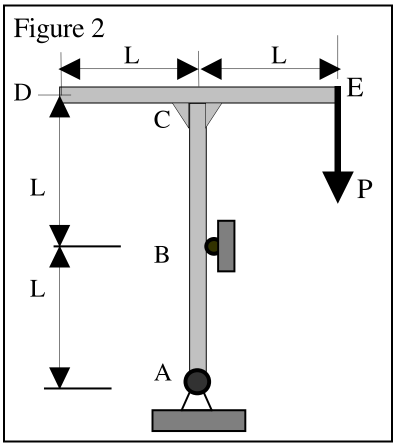
Figure 1



Rappel : $\varepsilon_{X'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\cos 2\alpha + \frac{\gamma_{xy}}{2}\sin 2\alpha$ (avec $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$)

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1)$$

II- Méthodes Energétiques



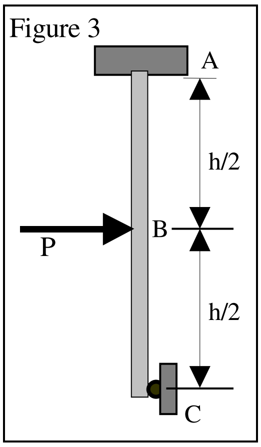


Figure 2 *(8 points)*

On considère une structure **ABCDE** (**figure 2**) supportée par une rotule en **A**, en appui simple en **B**, rigide en **C** et chargée en **E** par une force verticale **P**. En supposant que toutes les poutres de longueur **L** ont les mêmes rigidités en traction **ES** et en flexion **EI**, déterminer en utilisant l'énergie de déformation :

1- le déplacement horizontal (δ_E) du point **E** en appliquant une charge fictive X en **E**

2- L'angle de rotation (α_E) du point **E** en utilisant un couple fictif Γ.

Figure 3 *(4 points)*

Lors des TP, vous avez étudié une poutre **AC** de hauteur **h,** de rigidité **EI,** encastrée en **A,** en appui simple en **C** et supportant en son milieu **B** une charge **P**. En utilisant le théorème de Ménabréa et la méthode de charge fictive (couple fictif Γ en B) :

1- déterminer les réactions (R_A, M_A, R_C) aux appuis de la poutre ;

2- montrer que l'angle de rotation au point B de la poutre est de la forme $\alpha_B = Ph^2/128EI$.