



MQ42 - P07
EXAMEN du 25 juin 2006
(14h à 16h)

*Organisez votre temps
correctement et bon travail !*
W. Charon

L'examen contient deux parties distinctes :

- 1) Une partie « compréhension du cours théorique » sur 10 points.
- 2) Une partie « exercices » sur 10 points également.

L'étudiant a le droit de consulter exclusivement ses notes manuscrites personnelles correspondant aux cours magistraux et travaux dirigés.

COMPRÉHENSION DU COURS THÉORIQUE

1. Considérant les relations $\vec{r}_k = \vec{a}_k(q_i, t)$ dans la définition des coordonnées généralisées, montrez par un exemple physique la différence entre « dépendance implicite » et « dépendance explicite » du temps. (0,5 point)
2. Nous avons étudié les différentes forces d'inertie et en particulier les forces d'inertie complémentaires. Montrez que la puissance développée par les forces d'inertie complémentaires est nulle. (0,5 point)
3. Pourquoi préfère-t-on mettre en œuvre une description du mouvement de points matériels sous forme d'équations de Lagrange plutôt que sous forme d'équations de Newton ? (0,5 point)
4. Les équations de Lagrange font intervenir les forces généralisées d'inertie qui sont de trois espèces. Quelles sont ces trois espèces et comment fait-on pour les distinguer ? (1,5 point)
5. Dans l'étude de la réponse dynamique des systèmes mécaniques aux excitations extérieures, trois excitations simples ont été étudiées. Définissez les et indiquez les caractéristiques principales des réponses qu'elles produisent. De plus, pour chacune d'entre elles, indiquez comment la connaissance de leur réponse permet de calculer la réponse à une excitation quelconque. (2 point)
6. Comment une excitation percussive est-elle produite dans la pratique d'une station expérimentale ? (0,5 point)
7. La recherche d'une solution particulière au système $M \ddot{q} + K q = 0$ conduit à chercher les solutions propres du système $(K - \omega^2 M) x = 0$. Selon quel principe trouve-t-on les valeurs propres ? (1 point)
8. Comment interpréter le diagramme d'amplitude d'un coefficient d'influence dynamique d'une structure mécanique ? (1 point)
9. Donnez la forme générale du développement spectral de la matrice des coefficients d'influence dynamiques pour un système mécanique sans amortissement ni mode rigide, vue au cours théorique et expliquez la signification des différents facteurs et termes qui la composent. (1,5 point)
10. Dans la méthode de Rayleigh-Ritz de base, pourquoi choisit-on des fonctions de forme polynomiale ? Comment choisit-on les formes successives et pourquoi ? (1 point)

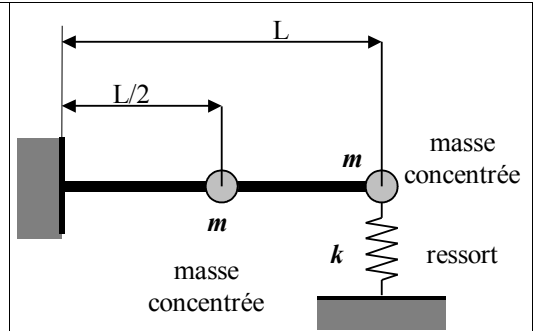
EXERCICES

Exercice 1 - Vibrations de poutres sans poids propre (5 points)

Soit la poutre encastree-libre ci-contre, de longueur L et de module de flexion EI . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin. Des masses de même valeur m sont concentrées au milieu et à l'extrémité libre.

Sans considérer la raideur k ,

- Déterminez les équations du mouvement
- Calculez les valeurs propres et les vecteurs propres (vérifiez leur orthogonalité)
- Dessinez les déformations correspondants à ces vecteurs



Question subsidiaire (bonus 0,5 point) : Comment se modifient les équations du mouvement si on ajoute un ressort de raideur $k = \frac{48EI}{7L^3}$ reliant l'extrémité libre à la fondation comme indiqué sur le dessin.

Exercice 2 – Vibrations des arbres en torsion (5 points)

Soit l'arbre bi-encastree ci-contre. En appliquant la technique propre à l'étude des vibrations des arbres en torsion, représentez graphiquement le coefficient d'influence dynamique principal en X . Déterminez en les points particuliers et commentez les.

