



**MQ42 - P07**  
**EXAMEN du 25 juin 2008**  
**(16h30 à 18h30)**

**Organisez votre temps  
correctement et bon travail !**  
**W. Charon**

L'examen contient deux parties distinctes :

- 1) Une partie « compréhension du cours théorique » sur 10 points.
- 2) Une partie « exercices » sur 10 points également.

L'étudiant a le droit de consulter exclusivement ses notes manuscrites personnelles correspondant aux cours magistraux et travaux dirigés.

**COMPRÉHENSION DU COURS THÉORIQUE**

N°	Nombre de points	Question
1	1	Montrez la commutativité des opérateurs "variation virtuelle" $\delta$ et "dérivée temporelle" $\frac{d}{dt}$
2	0,5	Parmi les caractéristiques des formes quadratiques définies positives, quelles sont celles qu'il faut absolument contrôler dès qu'une matrice de masse ou de raideur a été produite ?
3	1	Quelle est la liaison entre la réponse structurale due à une excitation percussionnelle et l'amplitude de la réponse d'une excitation harmonique à la pulsation $\omega$ ?
4	0,75	Considérant une poutre allongée fléchissant dans un plan, expliquez ce que l'on entend par effort tranchant.
5	0,75	Quelle est la différence entre l'inertie d'un corps solide et l'inertie d'une section droite
6	1	Lorsque l'on considère une simple poutre continue, différents objectifs conduisent à devoir calculer des intégrales en utilisant la technique de l'intégration par parties. Cette technique fait apparaître des termes aux extrémités. Que valent ces termes et pourquoi ?
7	1,5	Dans la méthode de Rayleigh-Ritz appliquée aux poutres allongées, des fonctions de forme polynomiale sont choisies. Cependant, lorsqu'on veut affiner la solution, on ne peut pas prendre tout simplement l'exposant de x supérieur : il y a des contraintes. Pourquoi ?
8	1,5	Décrivez brièvement ce que représente physiquement les termes de la matrice des coefficients d'influence dynamique (pas de formule, s.v.p !)
9	2	Représentez graphiquement un tel coefficient principal avec 2 fréquences propres et décrivez en les points particuliers (pas de formule, s.v.p !)

## EXERCICES

### Exercice 1 – Elaboration des équations de Lagrange (4 points)

Trouvez par l'intermédiaire des équations de Lagrange, les équations des petits mouvements du pendule représenté figure 1 autour de sa position d'équilibre. Il est soumis aux forces de pesanteur. Les deux masses sont sans inertie de rotation. Elles sont solidaires de la barre rigide qui peut pivoter autour de son origine, c'est-à-dire du point **O**. Cette barre rigide est reliée à la fondation par l'intermédiaire d'un ressort spirale de raideur **c**.

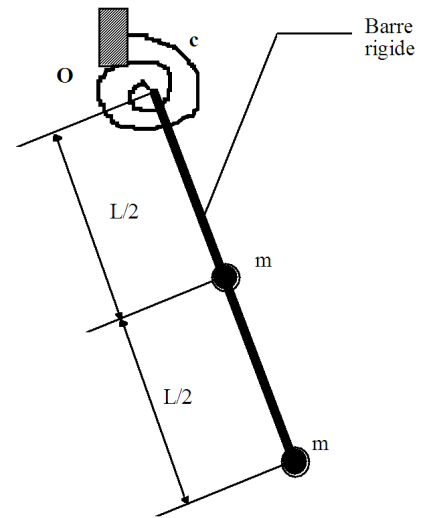


Figure 1

### Exercice 2 – Vibrations des arbres en torsion (6 points)

Soit l'arbre encastré-libre ci-contre.  
En appliquant la technique propre à l'étude des vibrations des arbres en torsion,  
1) représentez graphiquement le coefficient d'influence dynamique principal en **X** et commentez en les points particuliers.  
2) déterminez la formule du coefficient d'influence dynamique principal à droite et représentez le graphiquement

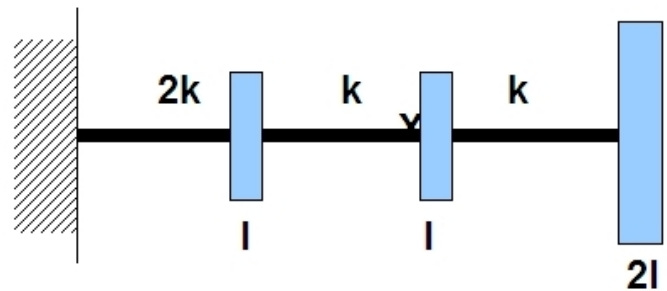


Figure 2