

L'examen contient deux parties distinctes :

- A) Une partie « exercices » sur 10 points également.  
B) Une partie « compréhension des éléments abordés aux cours théoriques et aux TD » sur 10 points.

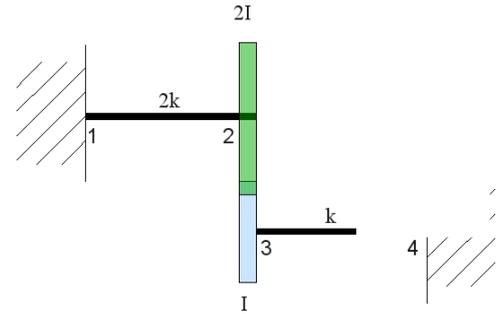
L'étudiant a le droit de consulter exclusivement ses notes manuscrites personnelles correspondant aux cours magistraux et travaux dirigés.

## A EXERCICES

### Exercice 1 - Vibrations des arbres en torsion (6 points)

Soit le réducteur encastré – encastré représenté ci-contre. Le rapport du nombre de dents entre les deux roues dentées est 2. Les valeurs relatives des raideurs et des inerties sont indiquées sur le dessin.

Représentez graphiquement les coefficients d'influence dynamique principaux en 2 et en 3. Déterminez en les points particuliers et comparez les deux fonctions (ressemblances, divergences)



Sur la base de la connaissance de la formulation des points particuliers, donnez la formule mathématique des 2 coefficients d'influence dynamique.

### Exercice 2 - Vibrations des poutres continues (4 points)

Déterminez les valeurs propres et les formes propres de la poutre bi-articulée par l'utilisation des fonctions de DUCAN. Dessinez les 3 premières formes propres par ordre croissant de fréquence et décrivez les brièvement en insistant sur les points particuliers.

## B COMPRÉHENSION

- 1) Connaissant les fréquences de résonance et d'antirésonance ainsi que les coefficients d'influence statique, donnez la forme analytique des coefficients d'influence dynamique  $a_{22}$  et  $a_{33}$  correspondant à l'exercice 1.
- 2) L'annexe 1 donne le programme matlab de dessin et de calcul d'un coefficient d'influence dynamique correspondant à un système de 2 inerties et 3 raideurs. Dans la première colonne se trouve le n° des instructions. En vous référant à ces numéros, indiquez quelles instructions remplaceraient les instructions existantes pour le calcul de  $a_{22}$  correspondant à l'exercice 1.
- 3) La simulation de la plaque avec SIMULINK a nécessité le développement et l'exécution de plusieurs programmes. Décrivez brièvement ces programmes en précisant ce qu'ils élaborent de nécessaire pour la simulation. Décrivez également les principes essentiels de la simulation qui conduisent à des gains de temps calcul.
- 4) En vous fondant sur l'exemple du portique, donner le principe de réalisation d'une charnière dans les programmes par éléments finis.
- 5) Qu'est-ce qui change dans le diagramme d'amplitude d'une réponse percussionnelle lorsqu'on introduit un amortissement de plus en plus grand.
- 6) Expliquez la relation  $q = \Phi \eta$  (utilité, application, signification, ...).
- 7) Dans la méthode de Rayleigh-Ritz, pourquoi prend-on des fonctions de forme polynomiale ? Lorsqu'on veut affiner la solution, on ne peut pas prendre tout simplement l'exposant de x supérieur : il y a des contraintes. Pourquoi ?

## ANNEXE 1

```
1 % *****
2 % VIBRATION DES ARBRES EN TORSION - Transmission_2D3R_V1.m
3 % Prof. Willy CHARON - Revision mai 2010
4 % Exemple Transmission 2 inerties et 3 raideurs
5 % APPLICATION DE LA THEORIE DES ARBRES EN TORSION
6 % Fait usage de la boite a outils "System Control"
7 % *****
8 clear, close all, clc
9
10 % Schema du systeme
11 % =====
12 %
13 % 1   2|3  4|5  6
14 % E---|---|---L
15 %   k1 | k2 | k3
16 %     I1  I2
17
18 % Donnees des raideurs de torsion et des inerties
19 % =====
20 k1 = 10000; % [N*m]
21 k2 = 20000; % [N*m]
22 k3 = 15000; % [N*m]
23 I1 = 500; % [kg*m2]
24 I2 = 900; % [kg*m2]
25
26 % Calcul des matrices de transfert
27 % =====
28 s = tf('s'); % Definit la variable de Laplace s
29
30 T12 = [s^0,1/k1;0,1]; % raideur de torsion k1
31 T23 = [1,0;I1*s^2,1]; % Inertie I1
32 T34 = [s^0,1/k2;0,1]; % raideur de torsion k2
33 T45 = [1,0;I2*s^2,1]; % Inertie I2
34 T56 = [s^0,1/k3;0,1]; % raideur de torsion k3
35
36 T = T56*T45*T34*T23*T12; % Fonction de transfert globale
37
38 % Coefficient d'influence dynamique a66 pour le systeme encastre / libre
39 % =====
40 a66 = T(1,2)/T(2,2)
41
42 % Valeurs speciales du coefficient d'influence dynamique
43 disp('Coefficient d'influence statique'), g66 = evalfr(a66,0)
44 disp('Comportement al''infini'), a66_inf = abs(evalfr(a66,1.0e6))
45 disp('Pulsations de resonance'), w_r = pole(a66)
46 disp('Pulsations d''antiresonance ddl 6'), z66 = zero(a66)
47
48 % Representation graphique
49 % =====
50 nb_w = 1000;
51 % Graphique log/log
52 % *****
53 % Generation d'un vecteur de pulsations espacees de facon logarithmique
54 wlog=logspace(-1,2,nb_w);
55 % Valeurs singulieres de a66 pour le vecteur des pulsations genere
56 svlog=sigma(a66,wlog);
57 figure(1); loglog(wlog,svlog); grid
58
59 % Graphique lineaire
60 % *****
61 % Generation d'un vecteur de pulsations espacees de facon logarithmique
62 wmin=0; wmax=15; ymin=0; ymax=0.001;
63 wlin=linspace(wmin,wmax,nb_w);
64 % Valeurs singulieres de a66 pour le vecteur des pulsations genere
65 svlin=sigma(a66,wlin);
66 figure(2); plot(wlin,svlin); axis([wmin,wmax,ymin,ymax]);grid
```