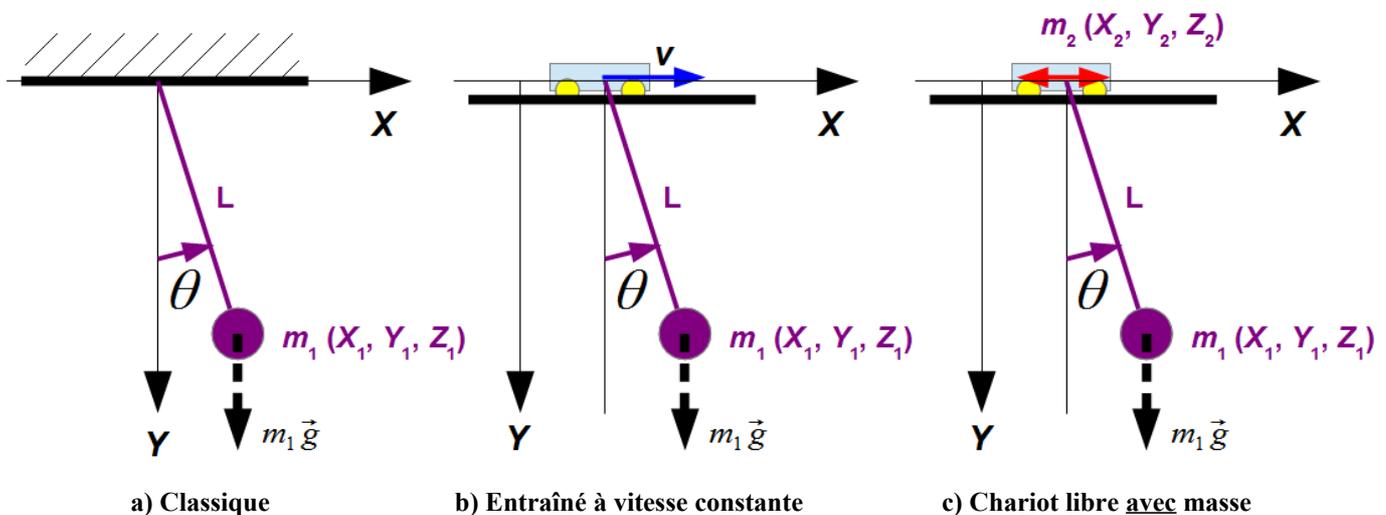


### Question 1 ( Questions de cours : 6 points)

1. Quelles sont les différences et les ressemblances entre les équations de Newton et les équations de Lagrange (1.5 point)
2. Admettons avoir exprimé l'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'un système en fonction de ses coordonnées généralisées.
  - Comment calcule-t-on la valeur de ces coordonnées généralisées pour l'état d'équilibre supposé stable ?
  - Comment peut-on qualifier l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle lorsque, lors du mouvement, le système passe par ce point d'équilibre ?
 (1.5 point)
3. Parmi les solutions propres du système  $(K - \omega^2 M) x = 0$ , il peut y avoir des racines multiples avec des vecteurs propres associés qui sont différents. Donnez une explication physique et un exemple concret de ce phénomène. (1 point)
4. Physiquement, que représente un vecteur propre associé à un système mécanique ? (1 point)
5. Quel est l'intérêt respectif des sollicitations indicielles, percussionnelles et harmoniques forcées dans l'étude de la réponse dynamique des systèmes mécaniques (1 point)

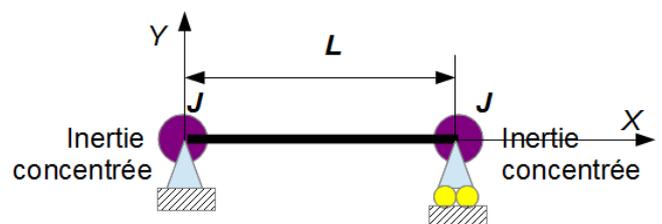
### Question 2 (9 points) – Pendules simples



Donnez et trouvez, le cas échéant, les équations de LAGRANGE relatives aux 3 systèmes ci-dessus. Comparez aux différentes étapes, commentez les résultats et analysez l'influence de la masse  $m_2$  sur le comportement du système c).

### Question 3 (5 points) – Poutre sans masse

Soit la poutre bi-appuyée représentée ci-contre (articulation à gauche et à droite). Elle est de longueur  $L$  et de module de flexion  $EI$ . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin. Des inerties de même valeur  $J$  sont concentrées aux extrémités gauche et droite.



- Calculez les matrices de masse et de raideur (ou flexibilité) du système.
- Déterminez les équations du mouvement
- Calculez les valeurs propres et les vecteurs propres correspondants
- Dessinez les et vérifiez leur orthogonalité