

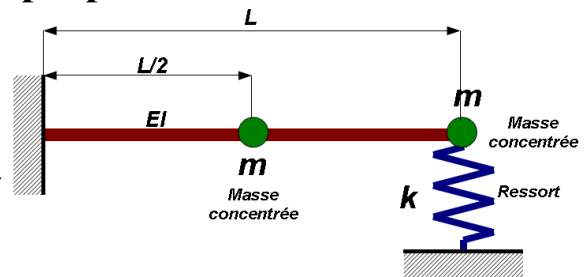
### Question 1 ( Questions de cours : 10 points)

1. Comment la procédure conduisant aux équations de Lagrange tient-elle compte des restrictions sur le mouvement (1.5 point)
2. Comment les équations de Lagrange, d'abord établies pour les systèmes formés de points matériels, s'adaptent-elles aux systèmes formés de solides indéformables et aux systèmes continus sans masses propres mais avec masses et inerties concentrées ? Déterminez. (1.5 point)
3. Dans la solution générale (2-29)  $q(t) = \sum_{r=1}^n \eta_r(t) x_{(r)}$ , justifiez que l'amplitude modale  $\eta_r(t)$  du mode  $r$  dépende de la masse généralisée  $\mu_r$  de ce mode. (1.5 point)
4. Montrez que la réponse percussive est la dérivée de la réponse indicielle. (0.5 point)
5. Discutez la validité physique du modèle d'amortissement de Rayleigh et son intérêt mathématique. (1.5 point)
6. Donnez un ordre de grandeur du taux d'amortissement purement matériau de l'aluminium. Le taux d'amortissement d'un plastique est-il supérieur ou inférieur ? Citez 2 autres conditions ou phénomènes physiques qui peuvent contribuer de façon particulièrement importante à l'amortissement. (1.5 point)
7. Montrez que les modes rigides sont des modes propres de pulsation nulle. (1 point)
8. Physiquement, que représente un vecteur rigide ? (1 point)

### Question 2 (10 points) – Poutre sans masse propre

La poutre encastree représentée ci-contre est de longueur  $L$  et de module de flexion  $EI$ . La poutre ne fléchit que dans le plan du dessin. Des masses de même valeur  $m$  sont concentrées au milieu et à l'extrémité libre. Un ressort relie l'extrémité libre à la fondation comme indiqué sur le dessin.

Il est de raideur  $k = \frac{48 EI}{7 L^3}$



- Déterminez les équations du mouvement (Équations de Lagrange)
- Calculez les valeurs propres et les vecteurs propres correspondants
- Dessinez les et vérifiez leur orthogonalité