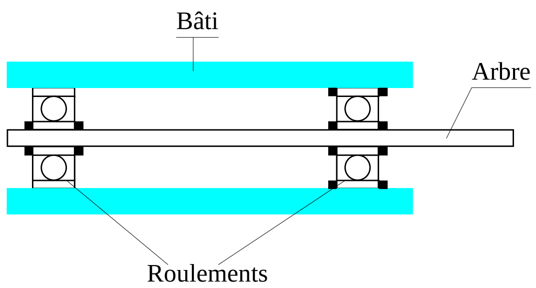
université de technologie
Belfort-Montbéliard

MQ44 - FINAL
Juin 2012

Aucun document autorisé

EXERCICE 1

On considère un arbre de machine (S1) en liaison pivot avec un bâti (S0).
La liaison pivot est réalisée à l'aide de deux roulements à billes (S2) et (S3), respectivement de centre "O" et "A".
Le premier de ces roulements est monté de telle sorte qu'il réalise une liaison linéaire annulaire entre (S1) et (S0) tandis que le second est tel qu'il réalise une liaison rotule entre (S1) et (S0).
La distance entre (S2) et (S3) est "a" alors que la longueur totale de l'arbre est "a+b".
A l'extrémité "B" de l'arbre (S1) est appliquée une force extérieure F.
Le poids de l'arbre est négligé et on considère que la machine est à l'arrêt donc que l'arbre est immobile.
Les deux roulements à billes sont assimilés à deux appuis ponctuels "O" et "A" et l'arbre est assimilé à une poutre de flexion de longueur "a+b", de module d'YOUNG "E" et dont la section droite possède un moment quadratique "I".
L'arbre est chargé en "B" par un effort "F".



Liaison pivot par éléments roulants

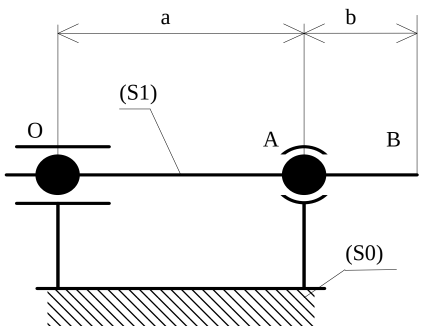
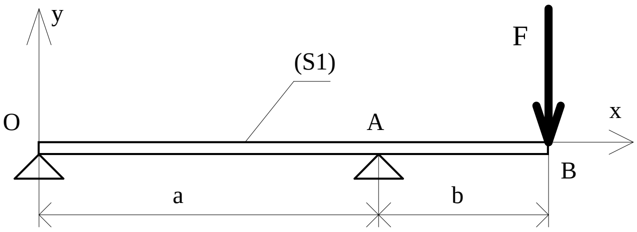


Schéma cinématique associé



Modélisation sous forme d'une poutre et chargement

On dit que la liaison pivot entre (S1) et (S0) ainsi réalisée est rigide si, pour un effort "F" donné, la flèche de l'arbre en "B" est minimale.
L'objet de cette étude est de considérer dans un premier temps que seul l'arbre se déforme et dans un deuxième temps que seuls les appuis se déforment et d'en déduire les valeurs à donner aux longueurs "a" et "b" pour que la rigidité de la liaison pivot soit maximale.
Les figures qui suivent précisent la modélisation retenue, le repère de travail et le paramétrage utilisé.

<u>De nombreuses questions sont indépendantes.</u>

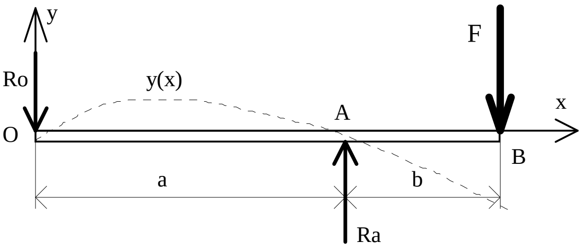
I - ETUDE STATIQUE

<u>Travail demandé :</u>

❶ Déterminer en appliquant le principe fondamental de la statique à (S1) les actions "Ro" et "Ra" respectivement aux appuis "O" et "A" .

II - ETUDE L'ARBRE DEFORMABLE SUR APPUIS RIGIDES

Dans cette partie l'arbre se déforme sous l'action de l'effort "F" et les appuis "O" et "A" ne se déforment pas.
On a la configuration suivante où la déformée de l'arbre " y(x)" est représentée en pointillés :



Travail demandé :

❷ Exprimer et justifier clairement les conditions aux limites de la déformée en O et en A.

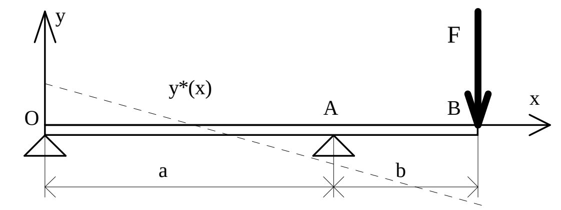
❸ Dans cette question que $0 \leq x \leq a$.
Exprimer le moment fléchissant "Mf1" dans une section d'abscisse "x" en fonction de "Ro" et de "x".
En déduire l'expression de la déformée "y1(x)" sur le segment [OA] .

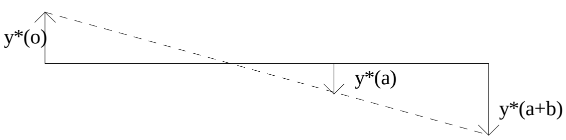
❹ On considère ici que $a \leq x \leq a+b$.
Exprimer le moment fléchissant "Mf2" en fonction de "F", de "b" et de "a". En déduire l'expression de la déformée "y2(x)" sur le segment [AB] .

❺ Calculer alors la flèche "f1" en "B", causée par la déformation de l'arbre.

III - ETUDE DE L'ARBRE RIGIDE SUR APPUIS DEFORMABLES

Dans cette partie on suppose que l'arbre ne se déforme pas mais que les appuis se déforment sous l'effet de l'effort "F". La position de l'arbre "y*(x)" après déformation des appuis est représentée en pointillés :





Travail demandé :

❻ Sachant que les déformations des appuis sont égales à :

$$y^*(0) = K.(Ro)^n \quad \text{et} \quad y^*(a) = K.(Ra)^n$$

avec n=2/3 (résultats issus de la théorie de HERTZ), montrer que la flèche "f2" provoquée par la déformation des appuis en "B", soit $f2 = y^*(a+b)$, vaut :

$$f2 = - y^*(0).b/a - y^*(a).(a+b)/a$$

IV - SUPERPOSITION DES 2 CAS

Travail demandé :

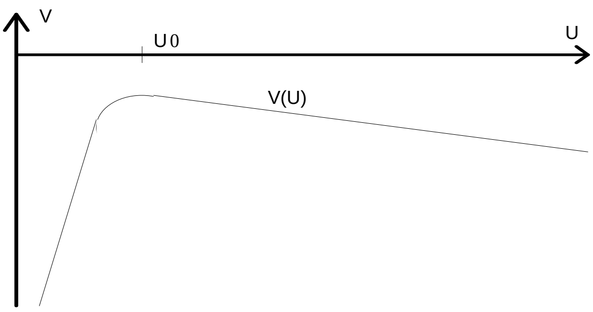
❼ Sachant que les deux études précédentes peuvent être superposées, calculer l'expression de la flèche totale "f" en "B", soit $f = f1 + f2$, en fonction de "F", "a", "b", "E", "I" et "K".

V - DISCUSSION

On suppose que la longueur "b" est imposée, donc la rigidité de la liaison est maintenant fonction de la seule longueur "a". Le graphe suivant reproduit l'allure de la courbe "v(u)" d'équation :

$$v = -A.(1+u) - B.\left[u^{-5/3} + (1+\frac{1}{u})^{5/3}\right]$$

où "A" et "B" sont des constantes en rapport avec la présente étude...



Travail demandé :

❽ En effectuant les changements de variables $a/b \Leftrightarrow u$ et $f \Leftrightarrow v$, mettre en évidence sur le graphe, un premier domaine où la déformation des roulements joue un rôle prédominant sur la rigidité de la liaison en fonction de la distance entre les deux roulements, puis un second domaine où c'est la déformation de l'arbre qui prédomine. Conclure quant à la valeur à donner à la distance "a".

EXERCICE 2

La figure (1) représente un crochet en plastique transparent étudié en photoélasticimétrie.

Ce procédé permet de visualiser le champ des contraintes normales dans la matière. A chaque ligne correspond un incrément de contrainte normale. La direction de celle-ci est dans le cas présent confondue avec la ligne considérée.

On sollicite le crochet en écartant les deux points d'attache.

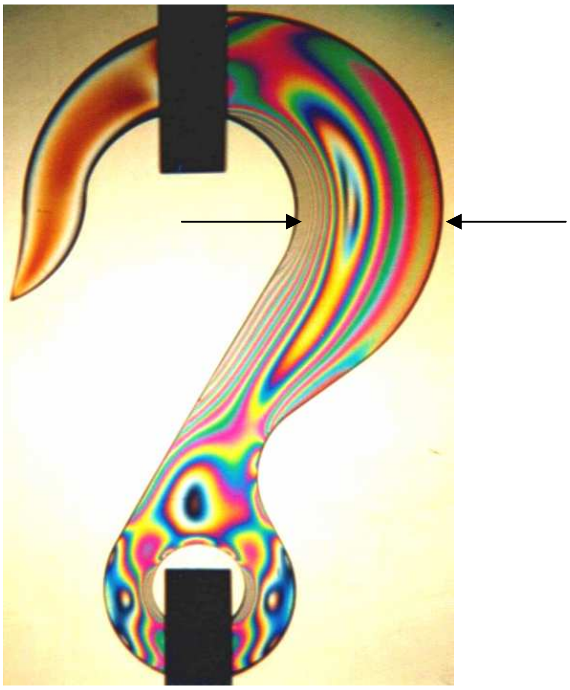


Figure (1)

Travail demandé :

❶ Quelles sont les deux sollicitations appliquées au crochet figure 1 dans la section entre flèches ?

❷ Comment expliquer que la partie droite de la section est moins sollicitée que la partie gauche ?

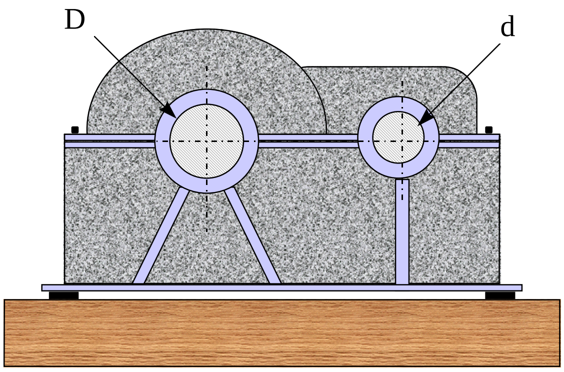
EXERCICE 3

Connaissez-vous Zinze ? C'est un vieux bricoleur astucieux, il récupère tous les mécanismes qui lui tombent sous la main, ce qui ne manque pas de faire crier sa femme.

Il a pourtant bon coeur.

Tenez, pour lui faire plaisir il projette de réaliser une commande électrique pour ouvrir la lourde porte de garage !

Ce vieux Zinze possède déjà le bon moteur mais il s'interroge sur le réducteur posé sur son établis. En effet le réducteur en question possède bien deux arbres, l'un de diamètre d et l'autre de diamètre D, mais il n'est mentionné nulle part lequel est l'arbre d'entrée, ni quel est le rapport de réduction.



Travail demandé :

Sachant que D = 20 mm et que d = 10 mm, pouvez-vous renseigner notre Zinze, à savoir quel est l'arbre côté moteur et quel est environ le rapport de réduction ?

ཀ❋ཀ