25/06/15

MQ44 - Examen final

Réponses

1.1

$$F_{cc} = M_{carré} \, R_{G\,carré} \, \omega^2$$

$$F_{cc} = \rho a^2 e \, 2a \, \omega^2$$

$$\boxed{F_{cc} = 2 \rho e a^3 \omega^2}$$

1.2

$$F_{cR} = M_{rectangle} \, R_{G\,rectangle} \, \omega^2$$

$$F_{cR} = \rho a \frac{a}{3} e \, a \, \omega^2$$

$$\boxed{F_{cR} = \frac{1}{3} \rho e a^3 \omega^2}$$

1.3

Effort transmis par la section S, ou effort normal dans la poutre constituée par un bras.

$$N_S = F_{cc}$$

Section : $\frac{ae}{3}$

$$\sigma = \frac{3 F_{cc}}{ae} \qquad \boxed{\sigma = 6 \rho a^2 \omega^2}$$

$\boxed{1.4}$ $N_{S'} = F_{CC} + F_{CR}$

$$N_{S'} = \frac{7}{3} \rho e a^3 \omega^2$$

$$\boxed{\sigma' = 7 \rho a^2 \omega^2}$$

$\boxed{1.5}$ $\sigma = 6 \times 7850 \times 0{,}2^2 \times (120\pi)^2 \rightarrow$ en Pa

$$\boxed{\sigma = 268 \text{ MPa}}$$

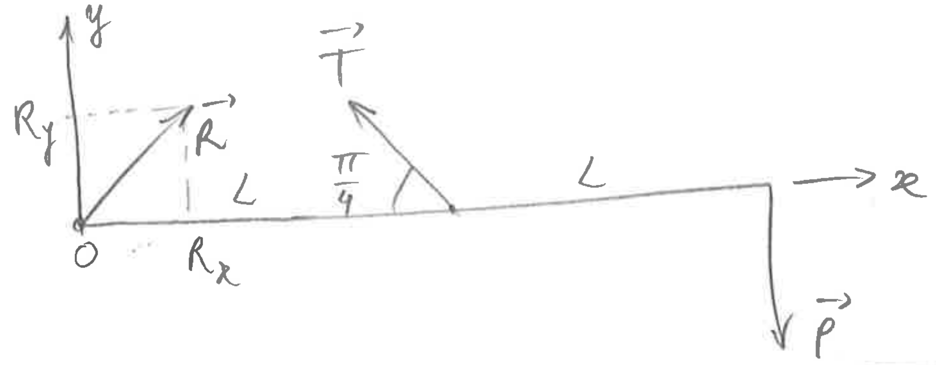
$$\sigma' = \sigma \times \frac{7}{6}$$

$$\boxed{\sigma' = 312 \text{ MPa}}$$

$\boxed{1.6}$ Il y a forcément des phénomènes de concentration de contrainte au niveau des sections S et S'.

La limite d'élasticité sera dépassée.

2.1



$$\begin{cases} \sum \vec{F} = \vec{0} \longrightarrow \begin{cases} \text{Projection sur } Ox : \boxed{R_x - T\frac{\sqrt{2}}{2} = 0} \\ \text{Projection sur } Oy : \boxed{R_y + T\frac{\sqrt{2}}{2} - P = 0} \end{cases} \\ \sum \vec{M}_{/O} = \vec{0} \end{cases}$$

$$\longrightarrow \boxed{T\frac{\sqrt{2}}{2}L - 2LP = 0}$$

2.2 D'après l'équation d'équilibre des moments.

$$\boxed{T = 2\sqrt{2}\,P}$$

2.3 $L < x < 2L$

$$\boxed{M_3(x) = -P\,(2L - x)}$$

2.4 $0 < x < L$

$$M_3(x) = -P\,(2L - x) + T\frac{\sqrt{2}}{2}(L - x)$$

$$M_3(x) = P\,(-2L + x + 2L - 2x)$$

$$\boxed{M_3(x) = -P\,x}$$

$\boxed{2.5}$

Pour $L < x < 2L$ $\boxed{N(x) = 0}$

Pour $0 < x < L$ $N(x) = -T\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{N(x) = -2P}$

$\boxed{2.6}$

$$I = \iint_{\text{section}} y^2 \, d_A$$

$$I_3 = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 \, dy \, dz$$

$$I_3 = [z]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \left[\frac{y^3}{3}\right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \qquad \boxed{I_3 = \frac{bh^3}{12}}$$

$\boxed{2.7}$ $\sigma_{flex} = -\frac{M_3}{I_3} y$ σ_{flex} : contrainte normale due à la flexion.

Pour $0 < x < L$: $\sigma_{flex} = Px \frac{12}{bh^3} y$ $\boxed{\sigma_{flex} = \frac{12Pxy}{bh^3}}$

Pour $L < x < 2L$: $\sigma_{flex} = P(2L - x) \frac{12}{bh^3} y$

$\boxed{\sigma_{flex} = \frac{12Py(2L-x)}{bh^3}}$

$\boxed{2.8}$ $\sigma_{comp} = \frac{N}{bh}$ σ_{comp} : contrainte normale due à la compression.

Pour $0 < x < L$ $\boxed{\sigma_{comp} = -\frac{2P}{bh}}$

Pour $L < x < 2L$

$\boxed{\sigma_{comp} = 0}$

2.9 $\sigma = \sigma_{flex} + \sigma_{comp}$

Pour $0 < x < L$ $\boxed{\sigma = \frac{2P}{bh}\left(\frac{6xy}{h^2} - 1\right)}$

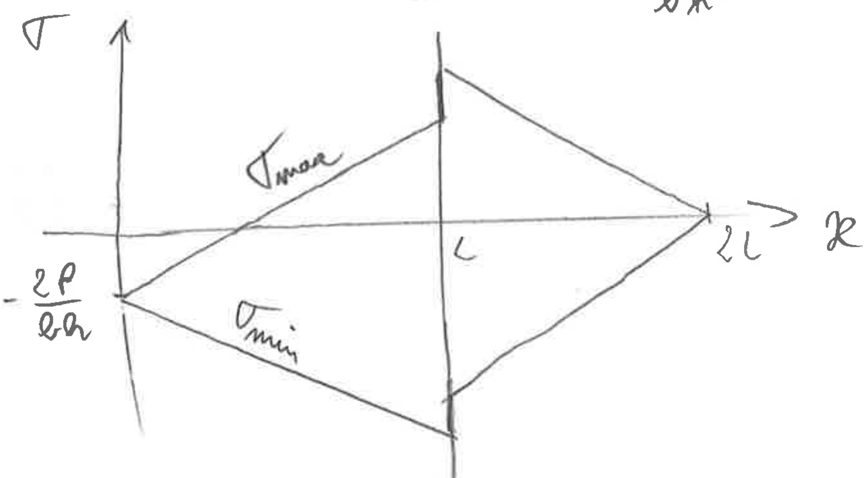
Pour $L < x < 2L$ $\boxed{\sigma = \frac{12Py(2L-x)}{bh^3}}$

2.10 Dans toutes les sections

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_{min} & \text{pour } y = -\frac{h}{2} \\ \sigma = \sigma_{max} & \text{pour } y = \frac{h}{2} \end{cases}$$

Pour $0 < x < L$
$$\begin{cases} \sigma_{min} = \frac{2P}{bh}\left(-\frac{3x}{h} - 1\right) \\ \sigma_{max} = \frac{2P}{bh}\left(\frac{3x}{h} - 1\right) \end{cases}$$

Pour $L < x < 2L$
$$\begin{cases} \sigma_{min} = -\frac{6P(2L-x)}{bh^2} \\ \sigma_{max} = \frac{6P(2L-x)}{bh^2} \end{cases}$$



2.11 Pour $x = x_0$ $\sigma_{max} = 0$

$$\frac{3x_0}{h} - 1 = 0 \qquad \boxed{x_0 = \frac{h}{3}}$$

2.12 La valeur maximale de σ_{max} est obtenue en $x = L$ avec l'expression valable pour $L < x < 2L$ (voir le graphique de la question 2.10).

$$\sigma_{max\,max} = \frac{6PL}{bh^2}$$

$$\sigma_{max\,max} = \frac{6 \times 10^4 \times 3000}{50 \times 300^2} \qquad \boxed{\sigma_{max\,max} = 40\,MPa}$$

2.13 Pour $L < x < 2L$ $\sigma_{max} = \frac{6P(2L-x)}{bh^2}$

$$\sigma_{max\,0} = \frac{6P(2L-x)}{b\,h(x)^2}$$

$$\boxed{h(x) = \sqrt{\frac{6P(2L-x)}{b\,\sigma_{max\,0}}}}$$

2.14 $h(L) = \sqrt{\frac{6PL}{b\,\sigma_{max\,0}}}$

$$h(L) = \sqrt{\frac{6 \times 10^4 \times 3000}{50 \times 40}}$$

$$\boxed{h(L) = 300\text{ mm}}$$